



# آزمون ۳۰ آبان ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه دانیال آرکیش-شاهین پروازی-احمد حسن زاده فرد-روح اله حسنی-امیر مهدی حقیقت پور-افشین خاصه خان-سینا خیرخواه محمد زنگنه-حمید علیزاده-کیان کریمی خراسانی-محمد کریمی-مهسان گودرزی-حامد معنوی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رضا توکلی-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-مصطفی دیداری-سوگند روشنی ایمان ساریخانی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-عزیزاله علی اصغری-احمد رضا فلاح-نرگس کارگر-مهرداد ملونندی نیلوفر مهدوی-نیما مهندس-محمد ناری ابیانه
	فیزیک محمد احمدی-مهران اسماعیلی-حسین الهی-ریحانه آزادبان-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-محمد رضا خادمی مسعود خندانی-رحمت اله خیراله زاده سماکوش-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میر سعید سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-محمد رضا نصیری-ابوالفضل نکومنشی نژاد
	شیمی هدی بهاری پور-امیر علی بیات-علیرضا بیانی-محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان ندا حسین پور مقدم-پیمان خواجوی مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مینا سیدحسینی-حسین شاهسواری رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنونی-مجتبی محبوب-مهرشاد میرزامحمدی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	دانیال ابراهیمی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مریم زارعی مهرداد ملونندی یاسین کشاورزی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملونندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملونندی	حسین بصیر تر کمپور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیر علی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	سینا صالحی امید بهزاد پور امیر حسین کردباغ	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی امیررضا مرادی	کامیار حقیقت دوست فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینی-فرشته کمرانی-سجاد سلیمی پریا اقبالی پارسا باتقوا				

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملونندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳





## حسابان ۲

گزینه «۲» -۱

(مصدر زنگنه)

$$\sin 2x - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow x = 0, 2\pi \\ 2x = (2k+1)\pi - x \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

مجموع جوابها در بازه  $[0, 2\pi]$  برابر می شود با:

$$0 + 2\pi + \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{5\pi}{3} = 5\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

گزینه «۲» -۲

(موسان کوردزی)

می دانیم جواب کلی معادله  $\cos \alpha = -1$  برابر با  $\alpha = (2k+1)\pi$  است.

$$\pi \sin x = (2k+1)\pi \Rightarrow \sin x = 2k+1 \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{پس داریم:}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2k+1 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq k \leq 0 \Rightarrow k = -1, 0$$

با توجه به مقادیر  $k$ ، سینوس می تواند  $\pm 1$  باشد، پس داریم:

$$\sin x = -1 \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin x = 1 \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} \text{بدون جواب}$$

بنابراین معادله در بازه مذکور، فقط یک جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۱)

گزینه «۴» -۳

(موسان کوردزی)

باید صورت معادله صفر باشد به شرطی که مخرج مخالف صفر شود.

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

در بازه  $[0, 2\pi]$ ، جوابها برابر می شوند با:

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  و  $x = \frac{5\pi}{4}$  حاصل  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{2}$  برابر  $\cos \frac{\pi}{2}$  وو  $\cos \frac{3\pi}{4}$  می شود که هر دو صفر هستند پس فقط  $\frac{3\pi}{4}$  و  $\frac{7\pi}{4}$  قابل قبولند

که این دو زاویه هم روی دایره مثلثاتی روبه روی هم قرار دارند

اختلافشان  $\pi$  است) پس جواب کلی به صورت  $k\pi + \frac{3\pi}{4}$  یا  $k\pi + \frac{7\pi}{4}$ است که معادل آن در گزینهها  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  می باشد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۱)

گزینه «۱» -۴

(امیر حسن زاده فرد)

با تغییر متغیر  $t = \sin x$  معادله را حل می کنیم:

$$2t^2 - 9t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 40}}{4} = \frac{9 \pm 11}{4}$$

$$\begin{cases} t = \sin x = 5 & \text{غ ق ق} \\ t = \sin x = -\frac{5}{4} = -\frac{1}{2} & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

بنابراین در بازه  $(0, 2\pi)$ ، تنها دو مقدار  $\frac{7\pi}{6}$ ،  $\frac{11\pi}{6}$  قابل قبول است کهاختلاف آن دو  $\frac{2\pi}{3}$  می شود.

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۰)

(۱)  $t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -1$  یا  $t = 3$  (غ ق) یا  $t = 3$  (ق ق)

$$\sin x - \cos x = -1 \xrightarrow{\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})}$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \quad |-\pi, 2\pi| \rightarrow x = -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi - \frac{5\pi}{4} \quad |-\pi, 2\pi| \rightarrow x = 0, 2\pi \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های مورد نظر برابر می‌شود با  $3\pi$ .

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

(عمیر علیزاده)

۷- گزینه «۲»

با توجه به شکل داریم:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

مثلث قائم‌الزاویه  $\Rightarrow \cot \beta = \tan 2\alpha = \tan(\alpha + 2\alpha)$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan 2\alpha}{1 - \tan \alpha \tan 2\alpha} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{2}(\frac{4}{3})} = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{11}{2} = 5.5$$

(مسئله ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۳)

(مهران کورزی)

۸- گزینه «۳»

ابتدا  $\tan(30^\circ - x)$  را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$(30^\circ - x) + (x + 15^\circ) = 45^\circ \Rightarrow \tan[(30^\circ - x) + (x + 15^\circ)] = \tan 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(30^\circ - x) + \tan(x + 15^\circ)}{1 - \tan(30^\circ - x) \tan(x + 15^\circ)} = 1$$

(غلامرضا نیازی)

۵- گزینه «۳»

با توجه به صورت سوال داریم:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$\xrightarrow{\frac{\sin x \neq -1}{\cos x \neq -1}} \cos x(1 + \cos x) = \sin x(1 + \sin x)$$

$$\Rightarrow \cos x + \cos^2 x = \sin x + \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \cos x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad x \in [0, 2\pi] \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \cos x + \sin x = -1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow x = \pi \quad \text{غ ق ق} \quad (\cos \pi = -1) \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \quad \text{غ ق ق} \quad (\sin \frac{3\pi}{2} = -1) \end{cases}$$

پس معادله دارای دو جواب قابل قبول  $\frac{\pi}{4}$  و  $\frac{5\pi}{4}$  در این بازه است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

(میوانیش نیکنام)

۶- گزینه «۳»

ابتدا معادله را ساده تر می‌کنیم:

$$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \cos x \Rightarrow 1 + \sin x = \cos x - \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0 \quad (1)$$

سپس از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\sin x - \cos x = t \xrightarrow{\text{توان } 2} 1 - 2 \sin x \cos x = t^2$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1 - t^2}{2}$$

$$\Rightarrow -11 < 4k < 9 \Rightarrow -\frac{11}{4} < k < \frac{9}{4}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -2, -1, 0, 1, 2 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{20}, -\frac{3\pi}{20}, \frac{\pi}{20}, \frac{7\pi}{20}, \frac{13\pi}{20}$$

به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$ ،  $\tan 2x$  تعریف نمی‌شود پس این جواب قابل قبول نیست.

بنابراین مجموع ریشه‌های قابل قبول معادله در بازه مذکور برابر است با:

$$\left(-\frac{7\pi}{20}\right) + \left(-\frac{3\pi}{20}\right) + \frac{\pi}{20} + \frac{9\pi}{20} = 0$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

(شاهین پروازی)

۱۰- گزینه «۲»

برای پیدا کردن نقطه برخورد نمودار دو تابع  $f$  و  $g$ ، معادله  $f(x) = g(x)$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = |\tan x| \Rightarrow \frac{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x}{\sin 2x = 2\sin x \cos x} \Rightarrow \frac{1 - \cos x}{\sin x} = |\tan x|$$

$$\frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = |\tan x| \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = |\tan x| \quad (*)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \\ \tan x = -\tan \frac{x}{2} = \tan\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow x = k\pi - \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} \begin{cases} x = 0, 2\pi \\ x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi \end{cases}$$

دقت کنید که با توجه به دامنه توابع  $f$  و  $g$  باید  $\sin x \neq 0$  و  $\cos x \neq 0$

و همچنین به دلیل رابطه (\*) باید  $\tan \frac{x}{2} > 0$  باشد، پس تنها جواب قابل

$$\text{قبول } x = \frac{2\pi}{3} \text{ است و داریم:}$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

طبق فرض مسئله  $\tan(x + 15^\circ) = \frac{3}{4}$  می‌باشد، پس:

$$\Rightarrow \frac{\tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4}}{1 - \tan(30^\circ - x) \times \frac{3}{4}} = 1$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{4} \tan(30^\circ - x)$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4} \tan(30^\circ - x) = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4} \tan(30^\circ - x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \tan(30^\circ - x) = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \cot(30^\circ - x) = 7$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۹- گزینه «۴» (روح‌اله حسینی)

می‌دانیم  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ ؛ طبق فرض داریم:

$$(\tan 3x + 1)(\tan 2x + 1) = 2$$

$$\tan 3x \cdot \tan 2x + \tan 3x + \tan 2x + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \tan 3x + \tan 2x = 1 - \tan 3x \tan 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 3x + \tan 2x}{1 - \tan 3x \tan 2x} = 1 \Rightarrow \tan(3x + 2x) = 1$$

$$\Rightarrow \tan \Delta x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{20} = \frac{(fk+1)\pi}{20}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

چون  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  پس:

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{(fk+1)\pi}{20} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -10 < fk+1 < 10$$



ریاضی ۱

گزینه «۴» - ۱۱

(سینا غیرفواه)

طبق تعریف، تابع همانی  $f(x) = x$  و تابع ثابت  $g(x) = c$  را در نظر می‌گیریم:

$$g(f(x)) + 2f(1-x) = 4 - 3x \Rightarrow c + 2(1-x) = 4 - 3x$$

$$\Rightarrow c + 2 - 2x = 4 - 3x \Rightarrow c = 1 \Rightarrow \begin{cases} g(5) = c = 1 \\ f(-2) = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f(-2)}{g(5)} = \frac{-2}{1} = -2$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

گزینه «۳» - ۱۲

(شامر معنوی)

توجه کنید که  $1-k$  ریشهٔ مخرج است. پس:

$$2(1-k) - a = 0 \Rightarrow a = 2(1-k) \Rightarrow f(x) = \frac{12 + 2kx}{2x - 2(1-k)}$$

به ازای  $x \neq 1-k$ ، نمودار تابع  $f$  منطبق بر نمودار تابع ثابت  $y = k$  است. پس:

$$\frac{12 + 2kx}{2x - 2(1-k)} = k \Rightarrow 6 + kx = kx - k(1-k)$$

$$\Rightarrow -k + k^2 = 6 \Rightarrow k^2 - k - 6 = 0 \Rightarrow (k-3)(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 3 & \text{غ ق ق} \\ k = -2 \Rightarrow a = 2(1-k) = 2(1+2) \Rightarrow a = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + k = 6 - 2 = 4$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

گزینه «۴» - ۱۳

(انبال آرکیش)

ابتدا نمودار تابع را یک واحد به طرف  $y$  های مثبت انتقال می‌دهیم:

$$y_{\text{جدید}} = |x| - 2 + 1 = |x| - 1$$

حال نمودار تابع جدید را ۴ واحد به طرف  $x$  های منفی منتقل می‌کنیم، یعنی:

$$y_{\text{جدید}} = |x+4| - 1 \quad \text{به جای } x, (x+4) \text{ قرار می‌دهیم:}$$

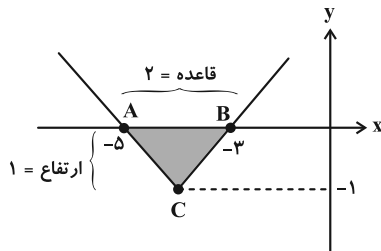
برای به دست آوردن مساحت مورد نظر، نمودار تابع  $y = |x+4| - 1$  را

$$x = -4 \Rightarrow y = |-4+4| - 1 = -1$$

رسم می‌کنیم.

$$y = 0 \Rightarrow |x+4| - 1 = 0 \Rightarrow |x+4| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+4 = 1 \Rightarrow x = -3 \\ x+4 = -1 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

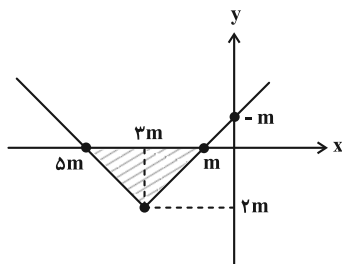
گزینه «۲» - ۱۴

(شامر معنوی)

$$f(x) = 0 \Rightarrow |x - 3m| + 2m = 0 \quad \text{توجه کنید که:}$$

$$\Rightarrow |x - 3m| = -2m \xrightarrow{m < 0} \begin{cases} x - 3m = -2m \Rightarrow x = m \\ x - 3m = 2m \Rightarrow x = 5m \end{cases}$$

$$f(0) = |0 - 3m| + 2m = -m, \quad f(3m) = 2m$$



$$S_{\text{هاشورخورده}} = \frac{(-4m)(-2m)}{2} = 4m^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{6} & \text{غ ق ق} \\ m = -\frac{1}{6} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$m = -\frac{1}{6} \Rightarrow f(x) = |x + \frac{1}{2}| - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \left|\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right| - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)





۱۵- گزینه «۱»

(غلامرضا نیازی)

$\{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\{2, 3, 4, 5\}$ , ... ,  $\{6, 7, 8, 9\}$  = انتخاب‌های ۴ رقم متوالی

⇒ انتخاب ۶

۴! = جایگشت ۴ رقم = تعداد اعداد ۴ رقمی با هر دسته

⇒  $6 \times 4! = 6 \times 24 = 144$  = حالات مطلوب

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۶- گزینه «۲»

(امیر حسن زاده فرد)

راه حل اول:

حالت  $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 \Rightarrow$  حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد

حالت  $2 \times 3 \times 4 \times 2 = 36 \Rightarrow$  حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد

(تعداد کل اعداد چهار رقمی زوج)  $36 + 24 = 60 \Rightarrow$

راه حل دوم: از تعداد کل اعداد ۴ رقمی با ارقام غیر تکراری، اعداد فرد را کم کنیم:

$96 = 4 \times 4 \times 3 \times 2$  : تعداد کل اعداد ۴ رقمی  
 $96 - 36 = 60 \Rightarrow 36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2$  : تعداد کل اعداد ۴ رقمی فرد

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۷- گزینه «۴»

(غلامرضا نیازی)

کل تعداد کلمات ۶ حرفی که در آن (ج) و (م) کنار هم باشند:

$5! \times 2! = 5! \times 2!$  = ی، ر، و، ه، د، ج، م

کل تعداد کلمات ۶ حرفی که در آن (ج) و (م) کنار هم و (ر) و (ی) نیز کنار هم باشند:

$4! \times 2! \times 2! = 4! \times 2! \times 2!$  = ی، ر، د، ه، د، ج، م

در نتیجه طبق اصل متمم، تعداد حالات مطلوب برابر می‌شود با:

$5! \times 2! - 4! \times 2! \times 2! = 240 - 96 = 144$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۸- گزینه «۱»

(کیان کریمی فراسانی)

دو حالت داریم:

شامل حروف «ش»: در این حالت یکی از حروف «ب» یا «ز» و همچنین یکی از

حروف «د» یا «ه» را نیاز داریم که تعدادشان  $3! \times 3 \times 2 = 36$  است.

- فاقد حرف «ش»: در این حالت، باید از هر سه حرف «ت»، «ب» و «ز»

استفاده کنیم که تعدادشان  $6 = 3!$  است.

جواب نهایی  $42 = 36 + 6$  است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۹- گزینه «۴»

(غلامرضا نیازی)

$w =$  مهره سفید  $b =$  مهره سیاه

(هر سه سفید کنار هم باشند) = متمم حالات مطلوب

= تعداد حالات قرار گرفتن مهره‌ها به طوری که ۳ مهره سفید کنار هم باشند

$3! \times 6! = 6! \times 3!$  ,  $b, b, b, b, b, b$

$8! =$  کل حالات قرار گرفتن مهره‌ها کنار هم

$6! \times 6! - 8! \times 3! = 6! \times 7 \times 6! - 8! \times 3!$  = حالات مطلوب

$36000 = 50 \times 720 = 50 \times (6!) = 50 \times 720$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۲۰- گزینه «۱»

(سینا فیروزه)

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: دقیقاً ۲ نفر بین دو برادر باشد:

حالت ۲۴  $\Rightarrow$   $A \ 4 \ 2 \ B \ 2 \ 1$   
 حالت ۲۴  $\Rightarrow$   $4 \ A \ 2 \ 2 \ B \ 1$   
 حالت ۲۴  $\Rightarrow$   $4 \ 2 \ A \ 2 \ 1 \ B$

حالت دوم:

دو برادر کنار هم باشند - کل حالات = دو برادر کنار هم نباشند

$5! \times 2! - 4! \times 5! = 6 \times 5!$

$\frac{144}{4 \times 120} = \frac{3}{10}$  = حالت اول / حالت دوم

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)



حسابان ۱

گزینه ۲ - ۲۱

(موسان کوردزی)

می‌دانیم که  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  و انتهای کمان مربوط به زاویه  $\theta$  در ربع دوم

است پس  $\theta = 120^\circ$  است. حال آن را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3} = \frac{a\pi}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a+b=5$$

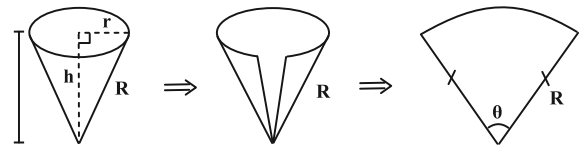
(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

گزینه ۱ - ۲۲

(روح‌اله مستی)

اگر ارتفاع مخروط  $h$  و شعاع قاعده آن  $r$  باشد، طول شعاع قطاع حاصل از شکل گسترده مخروط، برابر با اندازه وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که طول اضلاع زاویه قائم  $h$  و  $r$  است. بنابراین:

$$R = \sqrt{r^2 + h^2}$$



طول کمان این قطاع برابر محیط قاعده مخروط  $2\pi r$  است. همچنین اگر  $\theta$  (برحسب رادیان) زاویه مرکزی این قطاع باشد، آن‌گاه:

$$\theta = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi r}{\sqrt{r^2 + h^2}}$$

$$\theta = 216^\circ = \frac{6\pi}{5} \text{ rad} \Rightarrow \frac{6\pi}{5} = \frac{2\pi \times 12}{\sqrt{12^2 + h^2}} \Rightarrow \sqrt{h^2 + 144} = 20$$

$$\Rightarrow h^2 + 144 = 400 \Rightarrow h^2 = 256 \Rightarrow h = 16$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 12^2 \times 16 = 768\pi$$

بنابراین:

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۹۶)

گزینه ۱ - ۲۳

(امیرمهری شفیقت‌پور)

می‌دانیم طول کمان از رابطه  $\ell = r\theta$  به دست می‌آید که در آن شعاع  $r$  و  $\theta$  زاویه برحسب رادیان است. پس:

$$\frac{36^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{36^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\ell = r\theta = 6320 \times \frac{\pi}{5} = 1264\pi \text{ (km)}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۹۷)

گزینه ۳ - ۲۴

(مهمدر کرمی)

A را می‌توان به صورت زیر، نیز نوشت:

$$A = \frac{\cos(2\pi - \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12})}{\sin(2\pi + \frac{\pi}{12}) + \cos(\pi + \frac{\pi}{12})} = \frac{\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}$$

توجه داشته باشید که مقدار A منفی است. حال داریم:

$$A^2 = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}$$

$$= \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \xrightarrow{A < 0} A = -\sqrt{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲)

گزینه ۴ - ۲۵

(فامر معنوی)

$$\cot 10^\circ = \cot(9^\circ + 1^\circ) = -\tan 1^\circ \quad \text{توجه کنید که:}$$

$$\cot 28^\circ = \cot(27^\circ + 1^\circ) = -\tan 1^\circ$$

$$\tan 19^\circ = \tan(18^\circ + 1^\circ) = \tan 1^\circ$$

$$\tan 8^\circ = \tan(9^\circ - 1^\circ) = \cot 1^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\cot 10^\circ + \cot 28^\circ}{\tan 19^\circ - \tan 8^\circ} = \frac{-\tan 1^\circ - \tan 1^\circ}{\tan 1^\circ - \cot 1^\circ}$$

$$= \frac{-2 \tan 1^\circ}{\tan 1^\circ - \cot 1^\circ} \xrightarrow{\times (\sin 1^\circ \cos 1^\circ)} \frac{-2 \sin^2 1^\circ}{\sin^2 1^\circ - \cos^2 1^\circ}$$

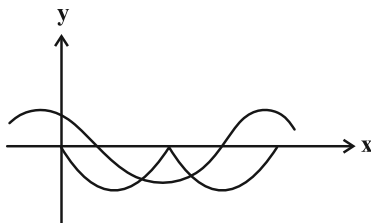
$$= \frac{-2 \sin^2 1^\circ}{2 \sin^2 1^\circ - 1} = \frac{-2m^2}{2m^2 - 1} = \frac{2m^2}{1 - 2m^2}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه ۲ - ۲۶

(اخشین فاصه‌فان)

نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



نمودار توابع  $f$  و  $g$  در  $[0, 2\pi]$  همدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۱۰۹)

از طرفی:

$$\sin x - \cos x = \frac{5}{4} \rightarrow \text{به توان ۲} \rightarrow$$

$$\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_1 - 2 \sin x \cos x = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow -2 \sin x \cos x = \frac{9}{16} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{9}{32}$$

$$\frac{1 + \frac{9}{32}}{-\frac{5}{4}} = -\frac{41}{40} \quad \text{در نتیجه حاصل عبارت مورد نظر برابر می شود با:}$$

(مسایبان ۱- مثلثات: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۳. گزینه «۳» (نیمه مهندسی)

نکته: سه جمله متوالی  $a$ ،  $b$ ،  $c$  از یک دنباله حسابی در رابطه  $2b = a + c$  صدق می کنند.

گام اول: با توجه به نکته بالا می توان نوشت:

$$\frac{2}{\cos x} = \frac{1}{\cos(x-y)} + \frac{1}{\cos(x+y)} = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{\cos(x-y) \cdot \cos(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\cos x} = \frac{2 \cos x \cos y}{\cos^2 x \cos^2 y - \sin^2 x \sin^2 y}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot \cos y = \cos^2 x \cdot \cos^2 y - (1 - \cos^2 x) \sin^2 y$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot \cos y = \cos^2 x \cdot (\underbrace{\cos^2 y + \sin^2 y}_1) - \sin^2 y$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot (1 - \cos y) = \frac{\sin^2 y}{2 \sin^2(\frac{y}{2}) \cdot 4 \sin^2(\frac{y}{2}) \cos^2(\frac{y}{2})}$$

$$\frac{\sin \frac{y}{2} \neq 0}{y \neq 2k\pi} \rightarrow \cos^2 x = 2 \cos^2(\frac{y}{2})$$

گام دوم: چون  $\frac{1}{2} = \frac{1}{\cos^2 \frac{y}{2}} + \tan^2 \frac{y}{2}$  است، داریم:

$$\cos^2 x (1 + \tan^2 \frac{y}{2}) = 2 \cos^2(\frac{y}{2}) \times \frac{1}{\cos^2(\frac{y}{2})} = 2$$

(مسایبان ۱- مثلثات: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۲۷- گزینه «۴»

(امیر حسن زاده فرور)

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 3 \sin \alpha \cos \beta - 3 \cos \alpha \sin \beta$$

$$4 \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta \Rightarrow 2 \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cot \beta = 2 \cot \alpha$$

(مسایبان ۱- مثلثات: صفحه ۱۱۱)

۲۸- گزینه «۳»

(مهمد کریمی)

عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(\tan 15^\circ - \cot 15^\circ)(\tan 15^\circ + \cot 15^\circ)$$

$$= -2 \cot 30^\circ \times \frac{2}{\sin 30^\circ} = -2\sqrt{3} \times 4 = -8\sqrt{3}$$

توجه: طبق روابط مثلثاتی  $2\alpha$  داریم:

$$1) \tan \alpha - \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= -\frac{\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = -2 \cot 2\alpha$$

$$2) \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

(مسایبان ۱- مثلثات: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۲۹- گزینه «۴»

(سینا خیرخواه)

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos 2x} = \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \frac{1 - \sin x \cos x}{\cos x - \sin x}$$

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۴»

(ممد ناری ایبانه)

حاصل دترمینان را برحسب سطر اول به دست می آوریم:

$$\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = x(4-3) - (x+1)(2-0) + (x+2)(1-0) \\ = x - 2x - 2 + x + 2 = 0$$

حاصل دترمینان همواره برابر صفر است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

(مشابه مثال صفحه ۲۸ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۲»

(عباس الهی)

دترمینان را برحسب سطر اول به دست می آوریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & -x & -y \\ x+1 & 0 & -z \\ y+1 & z & 0 \end{vmatrix} = (1) \times \begin{vmatrix} 0 & -z \\ z & 0 \end{vmatrix} \\ - (-x) \times \begin{vmatrix} x+1 & -z \\ y+1 & 0 \end{vmatrix} + (-y) \times \begin{vmatrix} x+1 & 0 \\ y+1 & z \end{vmatrix} \\ = z^2 + x(z)(y+1) + (-y)(z)(x+1) \\ = z^2 + xyz + xz - xyz - yz = 0 \\ \Rightarrow z^2 + xz - yz = 0 \xrightarrow{+z} x+z=y$$

توجه: چون طبق فرض  $xyz \neq 0$ ، پس  $z \neq 0$  می باشد و به این دلیل طرفین را بر  $z$  تقسیم کرده ایم.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۳۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

دترمینان ماتریس A را به دست می آوریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 4|A| & 1 \\ 3 & |A| \end{vmatrix} = 4|A|^2 - 3 \Rightarrow 4|A|^2 - |A| - 3 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad (\text{غ ق ق طبق فرض})$$

طبق  $|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$  می توان نوشت:

$$|2A| = 2^2 |A| = 4 |A| = 4$$

دترمینان ماتریس B را برحسب سطر اول می یابیم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times (0 - (-1)) - (-1)(3 - 4) + 2(-1 - 0) \\ = 1 - 1 - 2 = -2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

(مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۱»

(روح اله سنی)

ابتدا ماتریس  $A - xI$  را تشکیل می دهیم:

$$A - xI = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} - x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-x & 0 & -3 \\ 0 & -2-x & 1 \\ -1 & 0 & -1-x \end{bmatrix}$$

دترمینان ماتریس  $A - xI$  را برحسب ستون دوم به دست می آوریم:

$$|A - xI| = (-2-x) \begin{vmatrix} 1-x & -3 \\ -1 & -1-x \end{vmatrix} = -(x+2)((x+1)(x-1) - 3) \\ = -(x+2)(x^2 - 1 - 3) = -(x+2)(x^2 - 4) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-4=0 \Rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

پس  $x = \pm 2$  ریشه های متمایز معادله هستند.

بنابراین حاصل ضرب ریشه های متمایز این معادله برابر است با:

$$(-2) \times 2 = -4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۳۵- گزینه «۲»

(ایمان ساریقانی)

ابتدا دترمینان دو ماتریس A و B را توسط روش ساروس می یابیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow |A| = (0+0+0) - (-\frac{4}{3}+0+0) = \frac{4}{3}$$



$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow |B| = (-4+0+0) - (0+0+0) = -4$$

می‌دانیم اگر  $A_{3 \times 3}$  و  $k \in \mathbb{R}$  در آن صورت  $|kA| = k^3 |A|$ ، پس:

$$\begin{aligned} ||B| |A+A| &= |-4A+A| = |-3A| = (-3)^3 |A| \\ &= -27 \times \frac{4}{3} = -36 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(مشابه کار در کلاس (۳) صفحه ۳۰ کتاب درسی)

گزینه «۱» -۳۶

(هومن عقیلی)

برای ماتریس  $A_{2 \times 2}$  طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} A + \frac{1}{|A|} A &= 2I \Rightarrow |A + \frac{1}{|A|} A| = |2I| \\ \Rightarrow |(1 + \frac{1}{|A|})A| &= |2I| \Rightarrow (1 + \frac{1}{|A|})^2 |A| = 2^2 |I| \\ \Rightarrow (1 + \frac{1}{|A|} + \frac{2}{|A|}) |A| &= 4 \\ \Rightarrow \frac{|A|^2 + 1 + 2|A|}{|A|} &= 4 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0 \\ \Rightarrow (|A| - 1)^2 &= 0 \Rightarrow |A| = 1 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

گزینه «۲» -۳۷

(روح‌اله حسینی)

$$\begin{cases} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{cases} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$|A| = \sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos x - \sin x (\cos(x + \frac{\pi}{4})) \quad \text{پس:}$$

$$= \sin(x + \frac{\pi}{4} - x) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|B| = \cos x (\cos(\frac{\pi}{6} - x)) - \sin x (\sin(\frac{\pi}{6} - x))$$

$$= \cos(x + \frac{\pi}{6} - x) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{از طرفی } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{، بنابراین:}$$

$$|C| = ||A^{-1}| |B| = \sqrt{2} |B| = (\sqrt{2})^2 |B| = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

گزینه «۱» -۳۸

(اسحاق اسفندیار)

دترمینان مورد نظر را به صورت زیر تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} |4I - 2A^{-1}| &= |4A^{-1}A - 2A^{-1}| = |2A^{-1}(2A - I)| \\ &= 2^3 |A^{-1}| |2A - I| = 8 \times \frac{1}{|A|} |2A - I| = 8(\frac{1}{2})(10) = 40 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

گزینه «۳» -۳۹

(هومن عقیلی)

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$A - I = \begin{bmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = (k-1)^3$$

$$\begin{aligned} |A| &= |A - I| + 19 \Rightarrow k^3 = (k-1)^3 + 19 \\ \Rightarrow k^3 &= k^3 - 3k^2 + 3k - 1 + 19 \Rightarrow 3k^2 - 3k - 18 = 0 \\ \Rightarrow k^2 - k - 6 &= 0 \Rightarrow (k-3)(k+2) = 0 \\ \Rightarrow k &= 3, k = -2 \Rightarrow |A| = k^3 = 27 \text{ یا } -8 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه «۴» -۴۰

(روح‌اله حسینی)

می‌دانیم اگر  $A$  ماتریس مربعی و  $I$  ماتریس همانی از همان مرتبه باشد آن‌گاه  $AI = IA = A$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} (A+I)(A+2I) &= \bar{O} \Rightarrow A^2 + A + 2A + 2I = \bar{O} \\ \Rightarrow A^2 + 3A + 2I &= \bar{O} \Rightarrow A^2 + 2I = -3A \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} |A^2 + 2I| &= |-3A| = (-3)^3 |A| = (-3)^3 (-2) \\ &= (-27) \times (-2) = 54 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

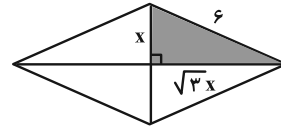


هندسه ۱

گزینه «۲» - ۴۱

(نرگس کارگر)

نسبت اندازه‌های دو قطر برابر  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  است. پس اندازه قطرهای کوچک و بزرگ را به ترتیب  $2x$  و  $2\sqrt{3}x$  در نظر می‌گیریم. قضیه فیثاغورس را در مثلث رنگی می‌نویسیم:



$$x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 36 \Rightarrow 4x^2 = 36 \Rightarrow x = 3$$

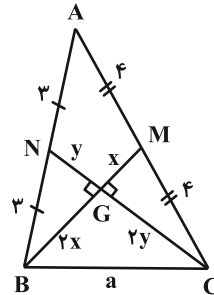
در نتیجه:  $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۵)

گزینه «۳» - ۴۲

(هومن عقیلی)

دو میانه  $BM$  و  $CN$  در مرکز ثقل  $G$  هم‌رسند و داریم:



$$GM = \frac{1}{2}BG = x, \quad GN = \frac{1}{2}GC = y$$

در مثلث‌های قائم‌الزاویه  $GMC$  و  $GNB$  قضیه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16 \\ y^2 + 4x^2 = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 5(x^2 + y^2) = 25 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

حال قضیه فیثاغورس را در مثلث قائم‌الزاویه  $BGC$  می‌نویسیم:

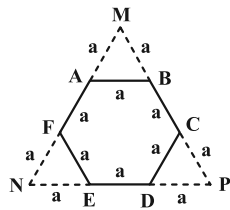
$$4x^2 + 4y^2 = a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \times 5 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

گزینه «۳» - ۴۳

(امد رضا فلاح)

طول ضلع شش‌ضلعی منتظم را  $a$  در نظر می‌گیریم. هر یک از مثلث‌های کناری، از نوع متساوی‌الاضلاع به ضلع  $a$  می‌باشند. پس مثلث  $MNP$  یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $3a$  می‌باشد:



$$12\sqrt{3} = \frac{3a \times \sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 8$$

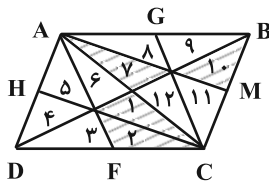
$$\text{مساحت شش‌ضلعی منتظم} = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3} = \frac{3}{2} \times 8^2 \times \sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۵)

گزینه «۴» - ۴۴

(عباس الهی)

در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، هر دو مثلث  $ABC$  و  $ADC$  هم‌نهشت‌اند. پس دارای مساحت یکسان می‌باشند. در شکل زیر میان‌ه‌های اضلاع دو مثلث  $ABC$  و  $ADC$  رسم شده‌اند که هر کدام از این دو مثلث به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم شده‌اند. پس:



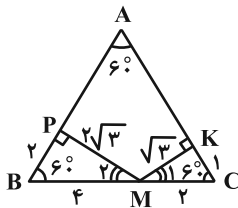
$$\frac{S_{\text{هاشورخورده}}}{S_{ABCD}} = \frac{4 \text{ مثلث}}{12 \text{ مثلث}} = \frac{1}{3}$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

گزینه «۴» - ۴۵

(نرگس کارگر)

از آنجا که  $AB = AC$  و  $\hat{A} = 60^\circ$ ، پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده مثلث متساوی‌الساقین تا ساق‌ها برابر ارتفاع وارد بر ساق است. پس:



$$MK + MP = 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad (\text{ارتفاع وارد بر ساق})$$

$$\Rightarrow a = 6 \quad (\text{ضلع مثلث})$$

$$BM = 4, \quad CM = 2$$

در نتیجه:

$$\triangle KMC: \hat{M}_1 = 30^\circ \Rightarrow KC = 1, \quad MK = \sqrt{3} \Rightarrow S_{MKC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\triangle BMP: \hat{M}_2 = 30^\circ \Rightarrow BP = 2, \quad MP = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{MPB} = 2\sqrt{3}$$

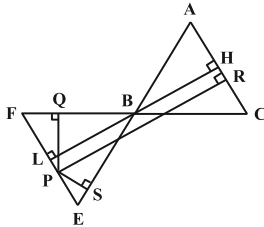




(نیما مهندس)

۴۸- گزینه «۳»

از رأس B به قاعده‌های دو مثلث عمود می‌کنیم. مثلث BEF متساوی‌الاضلاع (و در نتیجه متساوی‌الساقین) است. پس داریم:

ارتفاع مثلث)  $PS + PQ = BL$ 

چون چهارضلعی HLPR مستطیل است،  $PR = LH$  می‌شود و از آنجا که  $LH = BH + BL$  و این که مجموع فاصله هر نقطه روی قاعده از دو ساق برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، خواهیم داشت:

$$\frac{PR - (PQ + PS)}{AC} = \frac{BH}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

(ایمان ساریقانی)

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا توسط فرمول بیک مساحت چندضلعی اول را می‌یابیم:

$$S = \frac{22}{2} + 10 - 1 = 20$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = k^2 \xrightarrow{k=2} \frac{20}{S'} = 4 \Rightarrow S' = 5$$

$$S' = \frac{b}{2} + i - 1 = 5 \xrightarrow{i=4} \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

(عباس العفی)

۵۰- گزینه «۳»

به کمک رابطه بیک داریم:

$$S = i + \frac{b}{2} - 1$$

$$S' = i' + \frac{b'}{2} - 1$$

$$\Rightarrow S - S' = (i + \frac{b}{2} - 1) - (i' + \frac{b'}{2} - 1)$$

$$= (i - i') + \frac{1}{2}(b - b') \Rightarrow 13/5 = (i - i') + \frac{1}{2}(12 - 7)$$

$$\Rightarrow 13/5 = (i - i') + 2/5 \Rightarrow i - i' = 11$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

داریم:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$S_{APMK} = S_{ABC} - (S_{MKC} + S_{MPB})$$

$$= 9\sqrt{3} - (\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3}) = \frac{13}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{APMK}} = \frac{9\sqrt{3}}{\frac{13}{2}\sqrt{3}} = \frac{18}{13}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

(افشین فاضله‌فان)

۴۶- گزینه «۴»

در مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث از سه ضلع، برابر طول ارتفاع است. اگر فرض کنیم  $PN = m$ ، آنگاه در صورتی که  $AH$  ارتفاع مثلث  $ABC$  باشد، داریم:

$$PQ = 2m, PM = 2m \Rightarrow PN + PQ + PM = AH = 6m$$

$$a \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6m \Rightarrow a = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}}m = 4\sqrt{3}m$$

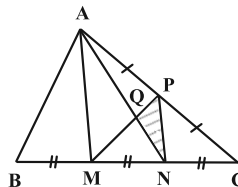
$$\xrightarrow{\text{محیط} = 3a} 3a = 12\sqrt{3}m \Rightarrow \frac{3a}{PN} = \frac{12\sqrt{3}m}{m} = 12\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

(روح‌اله مستی)

۴۷- گزینه «۳»

در مثلث  $AMC$ ،  $AN$  و  $MP$  دو میانه وارد بر  $MC$  و  $AC$  هستند. بنابراین  $Q$  محل برخورد میانه‌ها است. بنابراین:



$$\frac{S_{PQN}}{S_{PMN}} = \frac{PQ}{PM} = \frac{1}{3}, \quad \frac{S_{PMN}}{S_{PNC}} = \frac{MN}{NC} = 1$$

همچنین چون  $1 = \frac{NC}{MN} = \frac{PC}{AP}$  بنا به عکس قضیه تالس  $PN \parallel AM$ .

$$\frac{S_{PNC}}{S_{AMC}} = (\frac{PC}{AC})^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{از طرفی } \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{MC}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{PQN}}{S_{ABC}} = \frac{S_{PQN}}{S_{PMN}} \times \frac{S_{PMN}}{S_{PNC}} \times \frac{S_{PNC}}{S_{AMC}} \times \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{18}$$

بنابراین مساحت مثلث  $ABC$ ، ۱۸ برابر مساحت مثلث  $PQN$  است.

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۷۳)



هندسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

(ایمان ساریفانی)

بررسی موارد:

الف) درست؛ چون در تبدیل همانی، تصویر هر نقطه خود آن نقطه است، پس طول پاره خط حفظ می‌شود.

ب) نادرست؛ در حالتی که  $k = \pm 1$  باشد تجانس طولی است.

ج) درست؛ در انتقال غیرهمانی، نقطه جابه‌جا می‌شود پس نقطه ثابت تبدیل نداریم.

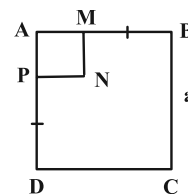
د) نادرست؛ تنها در حالتی که  $k = 1$  باشد تجانس همانی است.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۵۲- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

مطابق شکل، طول ضلع مربع حاصل،  $\frac{1}{3}$  طول ضلع مربع اولیه است و داریم:



$$S_{ABCD} - S_{AMNP} = 32$$

$$= a^2 - \frac{1}{9}a^2 = \frac{8}{9}a^2 = 32 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه محیط مربع اولیه برابر می‌شود با:

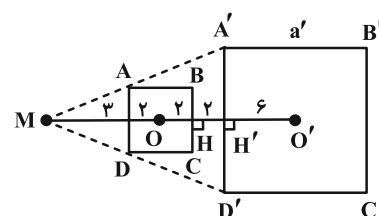
$$4 \times 6 = 24$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۵۳- گزینه «۳»

(امد رضا فلاح)

$O'$  را مرکز مربع متجانس یافته می‌گیریم. مطابق شکل داریم:

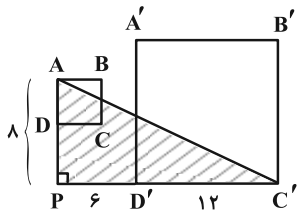


$$\frac{MO'}{MO} = k = 3 \Rightarrow \frac{MO'}{5} = 3 \Rightarrow MO' = 15$$

$$\frac{a'}{a} = 3 \Rightarrow a' = 3 \times 4 = 12$$

مطابق شکل،  $HH' = 2$  است و بیشترین فاصله نقاط مربع اولیه تا نقاط روی

مربع حاصل از تجانس، همان فاصله نقاط  $A$  و  $C'$  از هم می‌باشد:



$$\Delta APC' \xrightarrow{\text{پیتاغورس}} AC'^2 = AP^2 + PC'^2$$

$$\Rightarrow AC'^2 = 8^2 + 12^2 = 2^2(4^2 + 9^2)$$

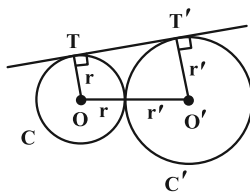
$$\Rightarrow AC' = 2\sqrt{16+81} = 2\sqrt{97}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

(نرگس کارگر)

۵۴- گزینه «۲»

طبق فرض و شکل زیر داریم:



$$k = \frac{r'}{r} = \frac{3}{2} \Rightarrow r' = \frac{3}{2}r$$

$$OO' = r + r' = \frac{5}{2}r = 10 \Rightarrow \begin{cases} r = 4 \\ r' = 6 \end{cases}$$

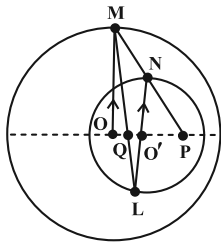
طول مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس خارج برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{4 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

چهارضلعی  $TOO'T'$  دوزنقه قائم‌الزاویه است و مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S_{TOO'T'} = \frac{1}{2}(4+6) \times 4\sqrt{6} = 20\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)



$$\Delta OMP : O'N \parallel OM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+1 \Rightarrow x = 1$$

$$\Delta OMQ \sim \Delta O'LQ \Rightarrow \frac{y}{1-y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y}{1-y} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = 1-y \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

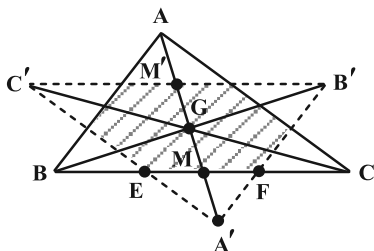
$$PQ = x+y = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \quad \text{در نتیجه:}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

(مهردار ملونری)

«گزینه ۴» - ۵۷

چون ضریب تجانس  $k = -1$  است، پس مثلث  $A'B'C'$  همنهشت با مثلث  $ABC$  بوده و اضلاع متناظر آن‌ها با هم موازی است.



طبق خاصیت مرکز ثقل، داریم  $AG = 2GM$ ؛ از طرفی

$$\text{لذا } A'M = GM = \frac{1}{3} AM, \text{ پس } AG = A'G = GM + A'M$$

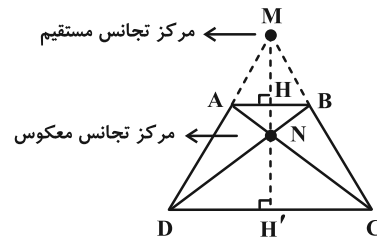
مثلث  $A'EF$  متشابه با مثلث  $ABC$  بوده و نسبت تشابه آن‌ها برابر نسبت

$$k_1 = \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{3} \quad \text{میان‌های متناظر } AM \text{ و } A'M \text{ است، یعنی:}$$

(عباس الهی)

«گزینه ۴» - ۵۵

ابتدا شکل متناسب با مسئله را رسم می‌کنیم:



از این که  $AB \parallel CD$ ، نتیجه می‌شود مثلث‌های  $ABN$  و  $NDC$

$$\frac{AN}{CN} = \frac{BN}{DN} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{متشابه‌اند، پس:}$$

$$\frac{NH}{NH'} = \frac{1}{3} \quad \text{(I) از طرفی نسبت ارتفاع‌ها نیز برابر نسبت تشابه است:}$$

همچنین مثلث‌های  $MAB$  و  $MDC$  نیز متشابه‌اند، پس:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{1}{3} \quad \text{(II) از طرفی نسبت ارتفاع‌ها نیز برابر نسبت تشابه است:}$$

پس با توجه به (I) اگر فرض کنیم  $NH = x$ ، آنگاه  $NH' = 3x$  و با

توجه به (II) اگر فرض کنیم  $MH = y$ ، آنگاه  $MH' = 3y$  و داریم:

$$HH' = MH' - MH = 2y$$

در نتیجه  $2y = 4x = 6$ ، پس  $y = 3$  و  $x = \frac{3}{2}$  و داریم:

$$MN = MH + NH = y + x = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(نرکس کارگر)

«گزینه ۳» - ۵۶

در شکل زیر، نقاط  $P$  و  $Q$  به ترتیب مرکزهای تجانس مستقیم و معکوس

دو دایره  $C$  و  $C'$  هستند که روی خط گذرنده از مرکزهای دو دایره قرار

دارند. دو شعاع موازی  $O'N$  و  $OM$  را رسم می‌کنیم و شعاع  $O'N$  از

دایره کوچک‌تر را (از طرف  $O'$ ) امتداد می‌دهیم تا این دایره را در نقطه  $L$

قطع کند. فرض می‌کنیم  $O'P = x$  و  $O'Q = y$ ، در این

صورت  $OP = x+1$  و  $OQ = 1-y$  و داریم:



طول مسیر AMNB برابر است با:

$$\begin{aligned} AM + MN + NB &= A'M + MN + MB' \\ &= A'B' + \underbrace{MN}_a = 20 \Rightarrow A'B' = 20 - a \end{aligned}$$

$$A' = (2, -6), \quad B' = (13 - a, 9)$$

$$A'B' = \sqrt{(2 - 13 + a)^2 + (-6 - 9)^2} = \sqrt{(a - 11)^2 + 225} = 20 - a$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} a^2 - 22a + 121 + 225 = 400 - 40a + a^2$$

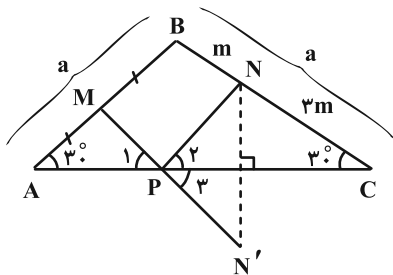
$$\Rightarrow 18a = 54 \Rightarrow a = 3$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۶- گزینه «۲» (اممرضی فلاح)

با توجه به این که نقاط M و N ثابت هستند، برای حداقل شدن محیط مثلث MNP، کافی است MP + NP کمترین مقدار ممکن باشد.

بازتاب نقطه N نسبت به ضلع AC را N' می‌نامیم. حال نقطه N' را به M وصل می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه P قطع کند.



طبق روش هرون، نقطه P مطلوب سوال است و داریم  $\hat{P}_1 = \hat{P}_2 = \hat{P}_3$ . دو مثلث AMP و PNC به حالت (ز ز) با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AM}{NC} = \frac{AP}{PC} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{3}{2}a} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AP = 2k \\ PC = 3k \end{cases}$$

$$AC = AP + PC = 10 \Rightarrow 5k = 10 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه  $AP = 4$  و  $PC = 6$  و اختلاف طول آن‌ها برابر ۲ می‌شود.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

در نتیجه مساحت مثلث A'EF برابر  $k_1^2 = \frac{1}{9}$  مساحت مثلث ABC است.

به طریق مشابه، مساحت هر یک از مثلث‌های گوشه‌ای نیز  $\frac{1}{9}$  مساحت مثلث ABC می‌باشد. پس نسبت مساحت ناحیه مشترک بین دو مثلث ABC و A'B'C' به مساحت مثلث ABC برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{A'B'C'} - 3\left(\frac{1}{9}S_{A'B'C'}\right)}{S_{ABC}} = \frac{\frac{2}{3}S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3}$$

توجه: چون دو مثلث ABC و A'B'C' با هم هم‌نهشت‌اند، پس مساحت آن‌ها یکی است.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: مشابه تمرین ۴ صفحه ۵۴)

۵۸- گزینه «۳» (اخشین فاضلان)

طول هر ضلع شکل را برابر a در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$2\left(\frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 150^\circ\right) = 5a \Rightarrow \frac{a^2}{2} = 5a$$

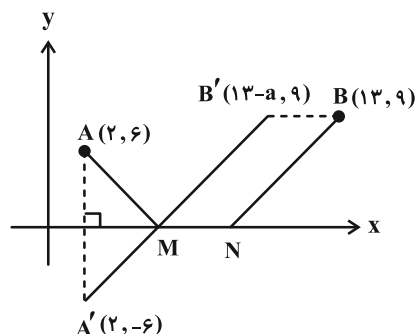
مساحت اضافه شده

$$\Rightarrow a^2 = 10a \xrightarrow{a \neq 0} a = 10$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۵۹- گزینه «۳» (اساقی اسفندیاری)

B را به اندازه a در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نقطه B' به دست آید. بازتاب نقطه A نسبت به محور طول‌ها را A' می‌نامیم و A' را به B' وصل می‌کنیم. نقطه برخورد A'B' با محور طول‌ها، نقطه M است که به ازای آن کوتاه‌ترین مسیر AMNB حاصل می‌شود.





## ریاضیات گسسته

۶۱- گزینه «۲»

(روح اله حسینی)

وقتی باقی مانده تقسیم دو عدد  $a$  و  $b$  بر  $m$  یکسان باشند، آنگاهداریم  $a \equiv b \pmod{m}$ . بنابراین طبق فرض داریم:

$$5x - 1 \equiv 2x + 3 \pmod{11}, \quad 7x - 3 \equiv 4x + 1 \pmod{11}$$

$$5x - 1 \equiv 2x + 3 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 1 \times 11 = 15 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 5 \pmod{11} \quad (3, 11) = 1$$

$$7x - 3 \equiv 4x + 1 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 1 \times 11 = 15 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 3 \pmod{11} \quad (3, 11) = 1$$

$$\begin{cases} x \equiv 5 \pmod{11} \xrightarrow{\times 5} 5x \equiv 25 \pmod{55} \\ x \equiv 3 \pmod{11} \xrightarrow{\times 11} 11x \equiv 33 \pmod{55} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 11x - 5x \equiv 33 - 25 \pmod{55}$$

$$\Rightarrow 6x \equiv 8 \pmod{55} \Rightarrow \begin{cases} 6x \equiv 8 \pmod{55} \\ 5x \equiv 25 \pmod{55} \end{cases} \Rightarrow 6x - 5x \equiv 8 - 25 \pmod{55}$$

$$\Rightarrow x \equiv -17 \equiv 38 \pmod{55}$$

بنابراین باقی مانده تقسیم  $x$  بر  $55$  برابر  $38$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۶۲- گزینه «۲»

(مصطفی ریداری)

می‌دانیم  $33 = 3 \times 11$ ، پس عدد داده شده بر  $3$  و  $11$  بخش پذیر است و داریم:

$$3ab \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow 3 + a + 1 + b + 1 \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow a + b \equiv -5 \pmod{33}$$

$$3ab \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow 1 - b + 1 - a + 3 \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow a + b \equiv 5 \pmod{33}$$

سعی می‌کنیم سمت راست دو رابطه هم‌نهشتی را یکسان کنیم تا بتوانیم

پیمانه را به  $k$ . م. م. پیمانه‌ها تغییر دهیم:

$$\begin{cases} a + b \equiv 1 \pmod{16} \\ a + b \equiv 5 \pmod{16} \end{cases} \xrightarrow{[3, 11] = 33} a + b \equiv 16 \pmod{33} \Rightarrow a + b \in [16]_{33}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(ایمان ساریفانی)

۶۳- گزینه «۳»

عددی بر  $44$  بخش پذیر است که هم مضرب  $4$  و هم مضرب  $11$  باشد.می‌دانیم عددی بر  $4$  بخش پذیر است که دو رقم آخر آن مضرب  $4$  باشد

$$7b \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow b = 2, 6$$

پس:

از طرفی عدد مورد نظر مضرب  $11$  است، پس:

$$b - 7 + a - 5 + 4 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow b + a \equiv 8 \pmod{11}$$

$$\begin{cases} b=2 \rightarrow 2 + a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow a=6 \\ b=6 \rightarrow 6 + a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{11} \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

بنابراین مقدار بزرگ‌تر  $a$ ، عدد  $6$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(امد رضا خلاج)

۶۴- گزینه «۱»

طبق فرض  $A \equiv 51 \pmod{99}$  است، بنابراین:

$$1) A = 7x32y9 \equiv 51 \pmod{99} \Rightarrow 9 + y + 2 + 3 + x + 7 \equiv 51 \pmod{99}$$



$$\Rightarrow x \equiv 8 - 11 \equiv -3 \Rightarrow x = 11k - 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

(مشابه امتحان نهایی - شهریور ۱۴۰۲)

۶۶- گزینه «۳» (رضا توکلی)

می‌دانیم باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۹ با باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن

عدد بر ۹ برابر است، پس برای این‌که پاسخ علی درست باشد، باید:

$$\overline{abcd} \equiv a+b+c+d \equiv d-c+b-a \Rightarrow a+c \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} a & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 9 \\ \hline c & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 9 \end{array}$$

پس برای a و c ده حالت داریم. از طرفی تعداد اعداد چهار رقمی که با توجه

به اشتباه علی جواب درست به دست می‌آید، به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{abcd} \Rightarrow \overline{a|b|c}d \quad \text{تعداد حالت شانس درست}$$

$$10 \times 10 \times 10$$

تعداد کل حالات

a	b	c	d
↓ × ↓ × ↓ × ↓			
9	10	10	10

و احتمال مطلوب برابر  $\frac{10 \times 10 \times 10}{9 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{9}$  می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۷- گزینه «۳» (علیرضا شریف‌نظیری)

اگر فرض کنیم روز یکشنبه روز صفر است، داریم:

یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$$\Rightarrow x+y \equiv 3 \xrightarrow{0 \leq x, y \leq 9} x+y = 3 \text{ یا } 12$$

$$2) A = \overline{7x32y9} \equiv 51 \Rightarrow 9 - y + 2 - 3 + x - 7 \equiv 1 - 5$$

$$\Rightarrow x - y \equiv 6 \quad (1)$$

با توجه به محدوده ارقام x و y بدیهی است که  $-9 \leq x - y \leq 9$  می‌باشد.

پس با توجه به رابطه (۱)،  $x - y = 6$  و  $x - y = -5$  قابل قبول هستند.

پس باید چهار دستگاه دو معادله و دو مجهول حل کنیم.

$$I: \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{9}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

$$II: \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=3 \end{cases}$$

$$III: \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \quad \text{غ ق ق}$$

$$IV: \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین  $x = 9$  و  $y = 3$  و در نتیجه  $xy = 27$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۵- گزینه «۴» (امیرحسین ابومضوب)

ابتدا باقی‌مانده تقسیم اعداد ۱۴۰۴ و ۲۰۲۵ بر ۱۱ را تعیین می‌کنیم:

$$\overline{1404} \equiv 5 - 2 + 0 - 2 \equiv 1 \quad \overline{2025} \equiv 5 - 2 + 0 - 2 \equiv 1$$

$$\Rightarrow \overline{7x} \equiv 1 + 5 \times 11 \equiv 56 \xrightarrow{+7} \overline{7x} \equiv 1 \quad (7, 11) = 1$$



اگر  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  مقدار  $m$  دو رقمی است و در نتیجه  $7$  مقدار برای  $m$  وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

(مشابه مثال صفحه ۲۵ کتاب درسی)

۷۰- گزینه «۴» (سوکندر روشنی)

شرط وجود جواب معادله هم‌نهشتی داده شده در آن است که:

$$(5n - 2, 12n + 7) | 25$$

با فرض  $d = (5n - 2, 12n + 7)$  داریم:

$$\begin{cases} d | 5n - 2 \xrightarrow{\times 12} d | 60n - 24 \\ d | 12n + 7 \xrightarrow{\times 5} d | 60n + 35 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 59 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 59$$

واضح است که  $d = 59$  قابل قبول نیست و فقط  $d = 1$  می‌تواند باشد. با

فرض  $d = 59$  داریم:

$$59 | 5n - 2 \Rightarrow 5n - 2 \equiv 0 \Rightarrow 5n \equiv 2 + 2 \times 59 = 120$$

$$\xrightarrow{+5} n \equiv 24 \Rightarrow n = 59t + 24 \quad (5, 59) = 1$$

تعداد اعداد سه رقمی  $n$  که  $d = 59$  باشد، برابر است با:

$$1000 \leq 59t + 24 < 10000 \Rightarrow 76 \leq 59t < 976$$

$$\Rightarrow 2 \leq t \leq 16 \quad (15 \text{ مقدار})$$

پس ۱۵ مقدار سه رقمی  $n$  قابل قبول نیست و تعداد اعداد مورد نظر برای  $n$

$$900 - 15 = 885 \quad \text{برابر است با.}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

باید ببینیم که ۱۲ بهمن، چند روز بعد از ۲ مهر است و قرینه آن عدد را به پیمانۀ هفت می‌بریم:

$$7 \text{ بهمن دی آذر آبان مهر} \\ -((30 - 2) + 30 + 30 + 30 + 12) \equiv -130 \equiv -4 \equiv 3$$

مطابق جدول قبل روز سوم همان چهارشنبه است یعنی دوم مهرماه روز چهارشنبه بوده است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(مشابه فعالیت صفحه ۲۴ کتاب درسی)

۶۸- گزینه «۲» (عزیزاله علی‌اصغری)

$$3x \equiv m \xrightarrow{x=7k+2} 3(7k+2) \equiv m \Rightarrow 3(2) \equiv m$$

$$\Rightarrow m \equiv 6 \equiv -1$$

حال داریم:  $m^m + 1 \equiv (-1)^m + 1$

اگر  $m$  فرد باشد، باقی‌مانده تقسیم برابر صفر و اگر  $m$  زوج باشد، باقی‌مانده تقسیم برابر ۲ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

۶۹- گزینه «۱» (ایمان ساریفانی)

شرط این‌که معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b$  در  $\mathbb{Z}$  جواب داشته باشد، این است که  $b | (a, m)$ ، پس:

$$(36, 48) | 5m - 1 \Rightarrow 12 | 5m - 1 \Rightarrow 5m - 1 \equiv 0 \Rightarrow 5m \equiv 1$$

$$\xrightarrow{+2 \times 12} 5m \equiv 25 \xrightarrow{+5} m \equiv 5 \Rightarrow m = 12k + 5 \quad (5, 12) = 1$$



## آمار و احتمال

۷۱- گزینه «۱»

(اعمر رضا فلاح)

طبق نمودار، جدول زیر را رسم می‌کنیم:

قد	[۱۵۰, ۱۶۰)	[۱۶۰, ۱۷۰)	[۱۷۰, ۱۸۰)	[۱۸۰, ۱۹۰)	[۱۹۰, ۲۰۰)
فراوانی	۵	۷	۱۰	۶	۲

در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به گروه وسط برابر  $\theta = \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$ 

است. با حذف ۵ دانش‌آموز مورد نظر، ۲ نفر با قد‌های ۱۷۱ و ۱۷۳ سانتی‌متر

از گروه وسط حذف می‌شوند و زاویهٔ جدید گروه وسط برابر

 $\theta' = \frac{8}{25} \times 360^\circ = 115.2^\circ$  می‌شود. بنابراین  $4/8^\circ$  از زاویهٔ مربوط به گروه

وسط در نمودار دایره‌ای کم می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۷۲- گزینه «۳»

(مصطفی زیداری)

n داده را به صورت  $a_1, \dots, a_n$  و سایر داده‌ها را بهصورت  $b_1, b_2, \dots, b_{30-n}$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} = 12 \Rightarrow a_1 + \dots + a_n = 12n$$

$$\frac{b_1 + \dots + b_{30-n}}{30-n} = 10 \Rightarrow b_1 + \dots + b_{30-n} = 300 - 10n$$

دو رابطه را جمع می‌کنیم:

$$\Rightarrow \text{داده } 30 \text{ میانگین کل} = \frac{12n + 300}{30} = 11/6$$

$$\Rightarrow \frac{n}{15} + 10 = 11/6 \Rightarrow \frac{n}{15} = 1/6 \Rightarrow n = 2.5 \text{ (مضرب ۴)} \Rightarrow n = 10$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۷۳- گزینه «۳»

(روح اله حسینی)

مجموع انحراف داده‌ها از میانگین‌شان برابر صفر است. پس:

$$0 + (-1) + (-2) + a + b + (-4) = 0 \Rightarrow a + b = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{0^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + a^2 + b^2 + (-4)^2}{6} = \frac{a^2 + b^2 + 21}{6}$$

$$\frac{a^2 + b^2 + 21}{6} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{25}{3} \quad \text{بنابراین: } \sigma = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 21 = 50 \Rightarrow a^2 + b^2 = 29$$

$$(a-b)^2 = 2(a^2 + b^2) - (a+b)^2 = 2(29) - 7^2$$

$$= 58 - 49 = 9$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۴)

۷۴- گزینه «۳»

(اعمر رضا فلاح)

$$\text{میانگین داده‌های اولیه} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{120}{10} = 12$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sigma}{12}$$

میانگین داده‌های جدید، برابر  $\bar{x}' = k\bar{x} + \frac{1}{k} = 12k + \frac{1}{k}$  و انحرافمعیار داده‌های جدید برابر  $\sigma' = |k| \sigma$  می‌باشد. چون  $k > 0$  پس:

$$(CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{k\sigma}{12k + \frac{1}{k}}$$

$$(CV)' = \frac{3}{4}(CV) \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{k\sigma}{12k + \frac{1}{k}} = \frac{3}{4} \times \frac{\sigma}{12} \Rightarrow 16k = 12k + \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow 4k = \frac{1}{k} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{k>0} k = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۱)

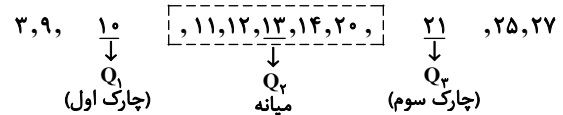


۷۵- گزینه «۳»

(ایمان ساریفانی)

ابتدا داده‌های اولیه را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. با مشخص کردن مقادیر

چارک‌های اول و سوم و میانه داده‌ها، داده‌های داخل جعبه را مشخص می‌کنیم:



$$\text{داده‌های داخل جعبه} : ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۲۰ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۷۰}{۵} = ۱۴$$

واریانس داده‌های داخل جعبه، قبل از تغییر به صورت زیر است:

$$\sigma_{\text{قدیم}}^2 = \frac{(۱۱-۱۴)^2 + (۱۲-۱۴)^2 + (۱۳-۱۴)^2 + (۱۴-۱۴)^2 + (۲۰-۱۴)^2}{۵}$$

$$= \frac{۵۰}{۵} = ۱۰$$

واریانس با کم و زیاد شدن داده‌ها تغییر نمی‌کند اما چون داده‌ها  $\frac{۱}{۲}$  برابر

شده پس واریانس جدید  $\frac{۱}{۴}$  برابر می‌شود و داریم:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{۱}{۴} \times ۱۰ = ۲/۵$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۷ تا ۹۲)

۷۶- گزینه «۱»

(مصطفی دیراری)

چون با حذف آن عدد، میانگین تغییری نکرده است پس عدد حذف شده همان

میانگین بوده است. به زبان دیگر، داده‌ها در دو وضعیت به صورت زیر هستند:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{۶}$$

داده‌های اولیه:  $x_1, \dots, x_5, \bar{x}$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{۵}$$

داده‌های ثانویه:  $x_1, \dots, x_5$

با کمی دقت درمی‌یابیم، صورت هر دو کسر یکسان هستند

(چون  $(\bar{x} - \bar{x})^2 = ۰$ )، پس آن را A در نظر می‌گیریم. حالا واریانس

داده‌های ثانویه  $۰/۲$  بیشتر از داده‌های اولیه است. پس داریم:

$$\frac{A}{۵} - \frac{A}{۶} = \frac{۲}{۱۰} \Rightarrow \frac{A}{۳۰} = \frac{۲}{۱۰} \Rightarrow A = ۶$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{A}{۶} = \frac{۶}{۶} = ۱$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۷۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومفیوب)

حالت‌های ممکن برای داده‌ها، به صورت مرتب شده، به صورت زیر است:

- ۱)  $a-۳, a+۳, b-۲, b+۲$
- ۲)  $a-۳, b-۲, a+۳, b+۲$

$$\xrightarrow{\text{میانه}} \frac{(a+۳)+(b-۲)}{۲} = \frac{a+b+۱}{۲}$$

$$۳) a-۳, b-۲, b+۲, a+۳ \xrightarrow{\text{میانه}} \frac{(b-۲)+(b+۲)}{۲} = b$$

- ۴)  $b-۲, a-۳, b+۲, a+۳$
- ۵)  $b-۲, b+۲, a-۳, a+۳$

$$\xrightarrow{\text{میانه}} \frac{(a-۳)+(b+۲)}{۲} = \frac{a+b-۱}{۲}$$

بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای میانه به ترتیب  $\frac{۱۰۱}{۲}$  و  $\frac{۹۹}{۲}$

هستند که اختلاف آن‌ها برابر است با:  $\frac{a+b-۱}{۲} = \frac{۹۹}{۲}$



(روح اله حسینی)

۷۹- گزینه «۱»

چون تعداد کل داده‌ها برابر ۳۶ است، پس تعداد داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و بزرگ‌تر از چارک سوم، هر کدام برابر ۹ و تعداد داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۱۸ است. بنابراین:

$$9a = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده‌های کوچک‌تر از چارک اول}$$

$$9(a+8) = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم}$$

$$18(a+7) = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده‌های بین چارک اول و چارک سوم}$$

$$990 = 36 \times 27 / 5 = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع تمام داده‌ها}$$

$$9a + 9(a+8) + 18(a+7) = 990 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow 36a + 72 + 126 = 990 \Rightarrow 36a = 792 \Rightarrow a = \frac{792}{36} = 22$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

(نیلوغر مهروی)

۸۰- گزینه «۳»

X فقط می‌تواند برابر ۶ باشد، زیرا در این صورت، همه داده‌ها فراوانی

یکسانی دارند و در نتیجه، مطابق فرض، فاقد مد هستند. پس  $2x - 3 = 9$

داده ۴ به داده‌های اولیه اضافه می‌کنیم. داده‌های مرتب شده به صورت زیر

خواهند بود:

$$1, 1, 3, \quad 3, 4, \quad 4, 4, 4, \quad 4, 4, 4, 4, \quad 4, 5, \quad 5, 6, 6$$

$$Q_1 = \frac{3+4}{2} = 3.5 \quad Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

$$\Rightarrow \text{دامنه میان چارکی} = IQR = Q_3 - Q_1 = 4.5 - 3.5 = 1$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۳، ۹۱ و ۹۲)

$$\frac{101}{2} - \frac{99}{2} = 1$$

تذکر: در حالت سوم، نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$\begin{cases} a-3 < b-2 \Rightarrow a-b < 1 \\ b+2 < a+3 \Rightarrow a-b > -1 \end{cases} \Rightarrow |a-b| < 1$$

بنابراین اختلاف مقدار b (میان در این حالت) از مقادیر میانه در حالت‌های

$$\frac{99}{2} < b < \frac{101}{2} \quad \text{دیگر، قطعاً کمتر از ۱ است و داریم:}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۷۸- گزینه «۲»

(ایمان ساریانی)

چون واریانس ۱۱ داده اولیه، صفر است، پس همه داده‌ها با هم برابرند:

$$\underbrace{x, x, \dots, x}_{11 \text{ تا}} = \bar{x}$$

از طرفی طبق فرض، میانگین ۱۴ داده جدید با ۱۱ داده قدیم برابر است، پس

میانگین مورد نظر برابر با میانگین سه داده اضافه شده خواهد بود:

$$\bar{x} = x = \frac{26+16+24}{3} = 22$$

در نتیجه ۱۴ داده به صورت زیر است:  $22, 22, \dots, 22, 26, 16, 24$   
تا ۱۱

واریانس این ۱۴ داده نیز برابر می‌شود با:

$$\sigma^2 = \frac{11(22-22)^2 + (26-22)^2 + (16-22)^2 + (24-22)^2}{14}$$

$$= \frac{56}{14} = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2 \quad \text{انحراف معیار}$$

$$CV = \frac{2}{22} = \frac{1}{11} \quad \text{ضریب تغییرات}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)



فیزیک ۳

گزینه «۲»

(علی بزرگر)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ نیروی پیشران قایق، از طرف آب به قایق وارد می‌شود. لذا نیروی عکس‌العمل آن به آب وارد می‌شود.

ب) نادرست؛ اگر نیروی مقاومت آب برابر صفر بود، نیروی برابند وارد به قایق برابر نیروی پیشران بوده و لذا  $F_{net} \neq 0$  می‌شود. در نتیجه  $a \neq 0$  بوده و سرعت ثابت نمی‌شود.

پ) درست

ت) نادرست؛ نیروی مقاومت شاره از آب به قایق و عکس‌العمل آن از قایق به آب وارد می‌شود.

ث) نادرست؛ نیروی شناوری از طرف آب به قایق وارد می‌شود. لذا عکس‌العمل آن نیز بین آب و قایق بوده و از قایق به آب وارد می‌شود. در حالی که نیروی وزن از طرف زمین به قایق وارد می‌شود.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

گزینه «۱»

(مهدی شریفی)

جسم ساکن است، پس برابند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = 2\vec{i} + 3\vec{i} + F_{\psi,x}\vec{i} \\ 0 = -3\vec{j} + 4\vec{j} + F_{\psi,y}\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{\psi} = -5\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -5\vec{i} - \vec{j} = 2 \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} - 0.5\vec{j}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

گزینه «۳»

(ریحانه آریان)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{\psi} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_{\psi}$$

$$\vec{F}_{net} = 3\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + \vec{F}_{\psi} = -3\vec{F}_{\psi} + \vec{F}_{\psi} = -2\vec{F}_{\psi}$$

$$|\vec{F}_{net}| = 2 \times 12 = 24 \text{ N}$$

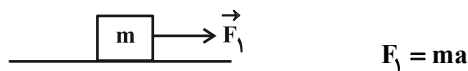
$$a = \frac{|\vec{F}_{net}|}{m} = \frac{24}{4} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

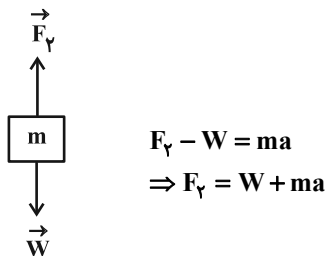
گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

وقتی جسم تحت تاثیر نیروی افقی  $\vec{F}_1$  روی سطح افقی بدون اصطکاک به حرکت درمی‌آید، داریم:



وقتی جسم تحت تاثیر نیروی قائم  $\vec{F}_p$  و رو به بالا به حرکت درمی‌آید، داریم:



بنابراین اختلاف اندازه دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_p$  به اندازه وزن جسم است.

$$F_p - F_1 = W + ma - ma = W \Rightarrow F_p - F_1 = mg = 0.6 \times 10 = 6 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

گزینه «۳»

(مهمرضا نصیری)

تا قبل از باز کردن چتر، نیروی وزن ( $m\vec{g}$ ) از نیروی مقاومت هوا بیشتر است. پس نیروی خالص و در نتیجه شتاب هم‌جهت با سرعت رو به پایین است که باعث می‌شود حرکت تندشونده باشد. با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوا ( $f_D$ ) افزایش یافته و در نتیجه باعث می‌شود اختلاف نیروهای وزن و مقاومت هوا کمتر شده و با کاهش نیروی خالص، شتاب نیز کاهش یابد.



(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مشابه پرسش ۷ آذر فصل صفحه ۵۷)

گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

اگر جهت مثبت محور y را رو به پایین انتخاب کنیم، می‌توان قانون دوم نیوتون را برای هر گوی نوشت و شتاب حرکت آن را به دست آورد:



۸۸- گزینه «۲»

(رحمت‌اله خیراله زاده سماکوش)

زمانی جسم شروع به حرکت می‌کند که نیروی پیشران  $\vec{F}$  به مقدار خیلی خیلی کمی بیشتر از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه شود، پس در این لحظه  $F = f_{s,max}$  است:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N=W} f_{s,max} = 0.9 \times (5 \times 10) = 45 \text{ N}$$

$$F = f_{s,max} = 45 \Rightarrow 0.6t = 45 \Rightarrow t = 75 \text{ s}$$

وقتی  $F$  بیشتر از  $f_{s,max}$  شد و جسم شروع به حرکت کرد، نیروی اصطکاک از نوع نیروی اصطکاک جنبشی می‌شود و برای لحظه‌ای بعد از شروع حرکت داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

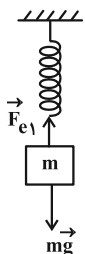
$$\xrightarrow{F_N=W} 45 - 0.6 \times 50 = 5 \times a \Rightarrow 15 = 5 \times a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۸۹- گزینه «۳»

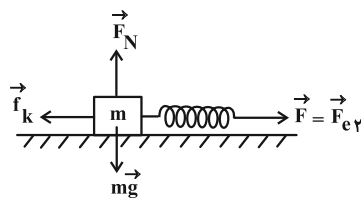
(رحمت‌اله خیراله زاده سماکوش)

در شکل‌های زیر، نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت مشخص کرده‌ایم. در حالت (الف) نیروی کشسانی فنر، نیروی وزن را خنثی می‌کند و در حالت (ب) هم چون سرعت جسم ثابت است، نیروی خالص صفر می‌شود. بنابراین نیروی کشسانی فنر با نیروی اصطکاک جنبشی به توازن می‌رسد. پس داریم:



(الف)

$$F_{e1} = mg \quad \text{حالت (الف):}$$

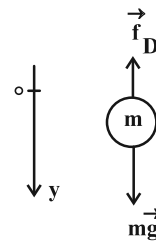


(ب)

$$F_{e2} = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \quad \text{حالت (ب):}$$

$$\begin{cases} F_{e1} = kx_1 = k(L_1 - L_0) \\ F_{e2} = kx_2 = k(L_2 - L_0) \end{cases} \Rightarrow \Delta F = k\Delta L \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\Rightarrow F_{e1} - F_{e2} = k(L_1 - L_2) \Rightarrow mg - \mu_k mg = k(L_1 - L_2)$$



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m}$$

$$a_A = \frac{m_A g - f_D}{m_A} \quad \begin{matrix} m_A = 600 \text{ g} = 0.6 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, f_D = 1/2 \text{ N} \end{matrix} \rightarrow$$

$$a_A = \frac{0.6 \times 10 - 1/2}{0.6} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_B = \frac{m_B g - f_D}{m_B} \quad \begin{matrix} m_B = 1200 \text{ g} = 1.2 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, f_D = 1/2 \text{ N} \end{matrix} \rightarrow$$

$$a_B = \frac{1.2 \times 10 - 1/2}{1.2} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

طبق رابطه سرعت- جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، می‌توانیم بنویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y}$$

اکنون می‌توانیم نسبت تندی گوی A به تندی گوی B در لحظه رسیدن به زمین را حساب کنیم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2a_A \Delta y_A}}{\sqrt{2a_B \Delta y_B}} \quad \Delta y_A = \Delta y_B \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۳۷)

(مشابه مثال ۲- ۵ صفحه ۳۷ کتاب درسی)

۸۷- گزینه «۳»

(امیراحمد میرسعید)

چون  $360 \text{ N}$  از  $600 \text{ N}$  کمتر است، می‌توان نوشت:

$$F_N = m(g - a) \Rightarrow 360 = 60(10 - a) \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جهت حرکت آسانسور می‌تواند هم رو به بالا باشد هم رو به پایین ولی جهت شتاب قطعاً رو به پایین است و از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{net} = 60 \times 4 = 240 \text{ N}$$

پس موارد ب، پ و ت درست است.

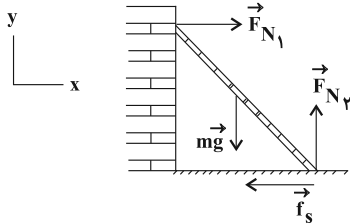
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)



۹۲- گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

ابتدا همه نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. چون نردبان ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است و طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x : F_{N1} = f_s \\ y : F_{N2} = mg = 45 \times 10 = 450 \text{ N} \end{cases}$$

نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برابند دو نیروی عمود بر هم  $f_s$  و  $F_{N2}$  است:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_{N2}^2} \quad \frac{R=90\sqrt{34}N}{F_{N2}=450N}$$

$$f_s = \sqrt{(90^2 \times 34) - (450)^2}$$

$$\Rightarrow f_s = 90\sqrt{34} - 225 = 90 \times 3 = 270 \text{ N}$$

در نتیجه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند برابر  $F_{N1} = 270 \text{ N}$  است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشابه مثال ۲-۱۰ صفحه ۴۵ کتاب درسی)

۹۳- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ با افزایش تندی جسم درون شاره، نیروی مقاومت شاره‌وار بر آن افزایش می‌یابد.

ب) درست؛ حتی یک زمین به ظاهر سفت و سخت نیز وقتی جسمی روی آن قرار می‌گیرد، تغییر شکل می‌دهد. این تغییر شکل مربوط به نیروهای بین مولکولی است.

پ) نادرست؛ مطابق جدول ۲-۱ در صفحه ۴۲ کتاب درسی فیزیک ۳ ضریب اصطکاک ایستایی بین مس و چدن  $1/05$  است. بنابراین ضریب اصطکاک ایستایی می‌تواند بیشتر از یک باشد.

ت) درست، شتاب حرکت جسم الزاماً در جهت نیروی خالص وارد بر آن است. نیروی خالص وارد بر جسم نیز ممکن است در راستای حرکت یا عمود بر آن نباشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳، ۳۴، ۳۶، ۳۷ و ۴۲)

$$mg(1 - \mu_k) = k(L_1 - L_2) \Rightarrow 200 \times 10^{-3} \times 10 \times (1 - \mu_k)$$

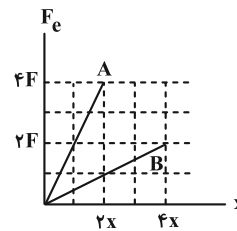
$$= 25 \times (32 - 30) \times 10^{-2} \Rightarrow \mu_k = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۹۰- گزینه «۱»

(مسعود شدرانی)

بر اساس شکل زیر داریم:



$$\begin{cases} \text{A شیب} = k_A = \frac{4F}{2x} = \frac{2F}{x} \\ \text{B شیب} = k_B = \frac{2F}{4x} = \frac{F}{2x} \end{cases}$$

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{\frac{2F}{x}}{\frac{F}{2x}} = 4$$

بنابراین داریم:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(مکمل فعالیت ۲-۳ صفحه ۴۳ کتاب درسی و

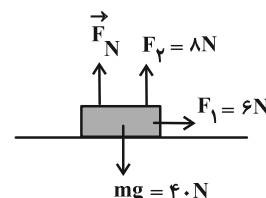
مرتبط با شکل ۲-۱۶ صفحه ۴۳ کتاب درسی)

۹۱- گزینه «۴»

(مهم امیری)

$$F_N = mg - F_y = 40 - 8 = 32 \text{ N}$$

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 32 = 19.2 \text{ N}$$



پس جسم در این حالت بدون حرکت باقی می‌ماند و شتاب

حرکت صفر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۹ تا ۴۶)



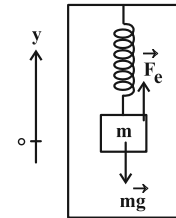
۹۴ - گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)

جهت مثبت را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. قانون دوم نیوتون را در دو حالت

سکون و حرکت با شتاب ثابت آسانسور می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma$$



حالت اول:  $F_e - mg = ma = 0 \Rightarrow kx - mg = 0$

$$m=2/5 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \rightarrow f_k = 25 \Rightarrow k = \frac{25 \text{ N}}{4 \text{ cm}}$$

$$\text{حالت دوم: } F_e - mg = ma \rightarrow \frac{m=2/5 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{a=1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, k=\frac{25}{4}}$$

$$\frac{25}{4} x' - 25 = 2/5 \Rightarrow \frac{1}{4} x' - 1 = 0/1 \Rightarrow x' = 4/4 \text{ cm}$$

و طول نهایی فنر برابر است با:

$$L_y = L_1 + x' = 11 + 4/4 = 15/4 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۹۵ - گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

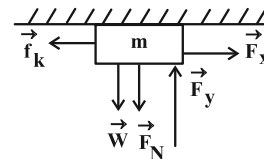
نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم.  $\vec{F}_y$  و  $\vec{F}_x$  مولفه‌های

افقی و قائم نیروی  $\vec{F}$  هستند. نیروی عمودی سطح ( $\vec{F}_N$ ) و نیروی

وزن ( $\vec{W}$ ) رو به پایین بر جسم اثر می‌کنند و چون حرکت به طرف راست

است، نیروی اصطکاک ( $\vec{f}_k$ ) به طرف چپ است. نیروی خالص وارد بر جسم

در راستای قائم صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_y - F_N - W = 0 \rightarrow \frac{W=mg=2 \times 10=20 \text{ N}}{F_y=24 \text{ N}}$$

$$24 - F_N - 20 = 0 \Rightarrow F_N = 4 \text{ N}$$

اکنون می‌توانیم نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم:

$$F_k = \mu_k \times F_N \rightarrow \frac{\mu_k=0/5}{F_N=4 \text{ N}} \rightarrow f_k = 0/5 \times 4 = 2 \text{ N}$$

قانون دوم نیوتون را در راستای افقی می‌نویسیم و شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma \rightarrow \frac{m=2 \text{ kg}}{F_x=8 \text{ N}, f_k=2 \text{ N}}$$

$$8 - 2 = 2a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

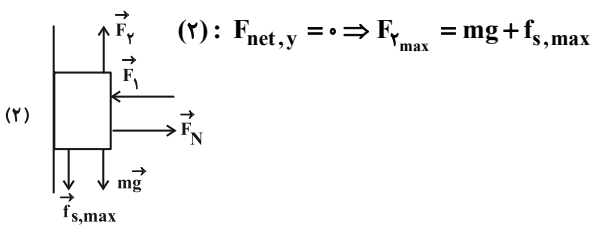
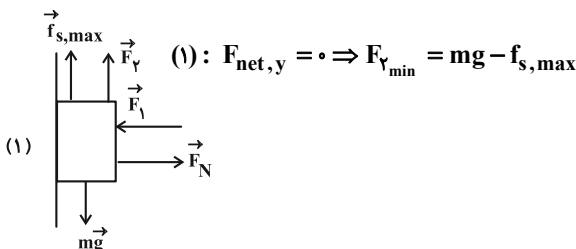
(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۳ و ۳۲)

(ممدکاتک منشاری)

۹۶ - گزینه «۲»

کمترین مقدار  $F_p$  زمانی است که نیروی اصطکاک رو به بالا باشد و بیشترین

مقدار آن زمانی است که نیروی اصطکاک رو به پایین باشد. زیرا:



$$\begin{cases} mg = 100 \text{ N} \\ f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s F_1 \end{cases} \rightarrow \frac{\mu=0/4, F_1=60 \text{ N}}{f_{s,max} = 24 \text{ N}}$$

$$F_{ymin} = mg - f_{s,max} = 76 \text{ N}$$

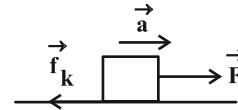
(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۷ و ۴۱)



۹۷- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به معادله سرعت، جسم با سرعت اولیه  $\frac{4}{s} \frac{m}{s}$  و شتاب  $\frac{3}{s} \frac{m}{s^2}$  حرکت می‌کند و چون پس از قطع نیروی  $F$  متوقف می‌شود، سطح دارای اصطکاک است. پس ابتدا قبل از قطع نیروی  $F$ ، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح را محاسبه می‌کنیم:

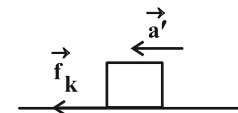


$$F - f_k = ma \xrightarrow{F=10N, m=2kg, a=3 \frac{m}{s^2}} 10 - f_k = 2 \times 3 \Rightarrow f_k = 4N$$

سرعت جسم در لحظه قطع نیروی  $F$ :

$$v = v_0 + at \xrightarrow{t=4s} v = 3 \times 4 + 4 = 16 \frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی  $F$ ، تنها نیروی وارد بر جسم در امتداد سطح، نیروی اصطکاک است. پس می‌توان شتاب جسم را پس از قطع نیروی  $F$  به دست آورد:



$$-f_k = ma' \xrightarrow{f_k=4N, m=2kg} -4 = 2a' \Rightarrow a' = -2 \frac{m}{s^2}$$

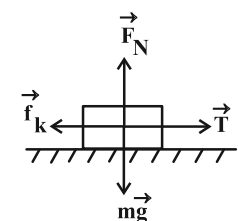
با نوشتن معادله سرعت جسم پس از قطع نیروی  $F$  می‌توان زمان توقف را محاسبه کرد:

$$v' = a't' + v \xrightarrow{v'=0, a'=-2 \frac{m}{s^2}, v=16 \frac{m}{s}} 0 = -2t' + 16 \Rightarrow t' = 8s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۳)

۹۸- گزینه «۴»

(مهمرکظم منشاری)



$T = f_k \Rightarrow$  جسم با تندی ثابت در حرکت است

$$T = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = \frac{4}{10} \times 5 \times 10 = 20N$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(mg)^2 + f_k^2} = \sqrt{(50)^2 + (20)^2} = 10\sqrt{29}N$$

$$\frac{T}{R} = \frac{20}{10\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۹۹- گزینه «۳»

(مسلم تارری)

مطابق قانون اول نیوتون، با از کار افتادن موتور سفینه، نیروی خالصی به آن وارد نمی‌شود و در نتیجه با سرعت ثابت به حرکت خود بر خط راست ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(مشابه سوال ۶ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲)

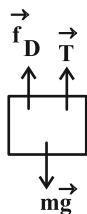
۱۰۰- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به جهت حرکت جسم که رو به پایین است، نیروی مقاومت هوا ( $f_D$ ) رو به بالا به جسم وارد می‌شود و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T - f_D = ma \xrightarrow{m=20kg, g=10 \frac{m}{s^2}, f_D=60N, a=10 \frac{m}{s^2}}$$

$$200 - T - 60 = 20 \times 10 \Rightarrow T = 110N$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ و ۳۴)

(مشابه سوال ۸ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲)



فیزیک ۱

گزینه ۳» - ۱۰۱

(ممد احمدی)

$$T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow \theta_1 = 300 - 273 = 27^\circ C$$

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{54}{1/8} = 3^\circ C$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \theta_2 = 30 + 27 = 57^\circ C$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

گزینه ۱» - ۱۰۲

(امیرامدر میرسعید)

برای محاسبه فاصله نهایی A تا B کافی است فرض کنید یک میله از همان جنس صفحه فلزی و به طول AB پس از افزایش دما، چقدر طولش زیاد می‌شود.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 40 \times 2 \times 10^{-4} \times 200 = 1/6 \text{ cm}$$

پس دو نقطه A و B، از هم دور می‌شوند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

گزینه ۳» - ۱۰۳

(زهرا آقاممدری)

چون کره‌ها هم‌جنس هستند، چگالی برابر دارند. بنابراین نسبت جرم آن‌ها برابر نسبت حجم آن‌ها است:

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi [(2R)^3 - (\frac{R}{2})^3]} = \frac{R^3}{8R^3 - \frac{R^3}{8}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{63}$$

در نتیجه طبق رابطه  $Q = mc\Delta\theta$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \xrightarrow{c_A=c_B, Q_A=2\text{kJ}, Q_B=21\text{kJ}}$$

$$\frac{2}{21} = \frac{8}{63} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{2 \times 63}{8 \times 21} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

(مسین العی)

گزینه ۳» - ۱۰۴

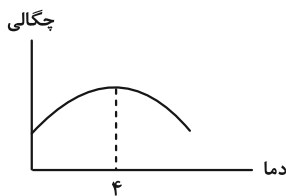
$$\Delta T = \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 5^\circ C, \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} (5) = 9^\circ F$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 800 \times 2 \times 90 = 144000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 144000 = 9 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 3/8^\circ C < 4^\circ C$$

با توجه به نمودار زیر چگالی آب افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

گزینه ۴» - ۱۰۵

(رحمت‌اله شیراله‌زاده‌سماکوش)

با توجه به این که آب صفر درجه سلسیوس درون گودال قرار دارد، پس مولکول‌های سطح آب برای انجام تبخیر سطحی، از سایر مولکول‌ها گرما می‌گیرند و سایر مولکول‌ها تنها با یخ زدن می‌توانند به آن‌ها گرما بدهند. این موضوع باعث می‌شود m گرم آب تبخیر شده و (m-680) گرم آب یخ ببندد. با مساوی قرار دادن مقدار گرمای آزاد شده ناشی از یخ زدن (m-680) گرم آب با گرمای دریافت شده توسط m گرم آب بخار شده داریم:

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow (680 - m)L_F = mL_V$$

$$\Rightarrow (680 - m) \times L_F = m \times 7 / 5 L_F \Rightarrow m = 80 \text{ g (جرم بخار)}$$

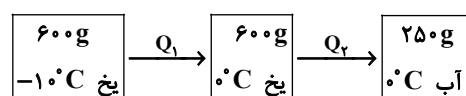
$$\Rightarrow \text{جرم یخ} = 680 - 80 = 600 \text{ g}$$

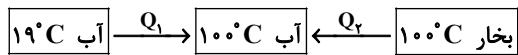
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱)

گزینه ۳» - ۱۰۶

(زهرا آقاممدری)

توجه کنید که 250g از یخ ذوب می‌شود و چون در نهایت مخلوط آب و یخ داریم، دمای تعادل برابر 0°C است. بنابراین طرح‌واره مربوط به آب و یخ به شکل زیر است:





$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta = m_2 L_V$$

$$\frac{m_1 = 400 \text{ g}}{c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}}, L_V = 2268 \frac{\text{J}}{\text{g}}}$$

$$400 \times 4 / 2 \times (100 - 19) = m_2 \times 2268 \Rightarrow 400 \times 81 = m_2 \times 2268$$

$$\Rightarrow m_2 = 60 \text{ g}$$

$$\text{جرم بخار اولیه} = 60 + 20 = 80 \text{ g}$$

با توجه به لزوم همسان‌سازی یکاها دقت شود که یکای گرمای ویژه آب

$$\text{به } \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}} \text{ تبدیل شده است: } \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

(سیرهملیفه میرصالحی)

۱۰۹- گزینه «۲»

با استفاده از قانون گازهای آرمانی (کامل) داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{P=2/5 \times 10^5 \text{ Pa}, n=2 \text{ mol}, T=300 \text{ K}}$$

$$2/5 \times 10^5 \times V = 2 \times 8 \times 300$$

$$\Rightarrow V = \frac{48 \times 10^2}{25 \times 10^4} = 192 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 19/2 \text{ L}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۱۲)

(ممدکاتم منشاری)

۱۱۰- گزینه «۴»

اگر فشار در سطح را  $P_1$  و فشار در کف دریاچه را  $P_2$  در نظر بگیریم، داریم:

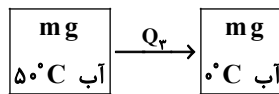
$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2} = P_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$\Rightarrow P_2 = 10^5 \times \left(\frac{8}{3}\right)^3 = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = P_1 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = P_2 - P_1 = 7 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh \Rightarrow 7 \times 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 70 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)



با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + m_2 L_F + m_3 c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\xrightarrow{m_1 = 600 \text{ g}, m_2 = 250 \text{ g}, \Delta\theta_{\text{یخ}} = 10 \text{ C}, \Delta\theta_{\text{آب}} = -50 \text{ C}, c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}}, L_F = 80 c_{\text{آب}}}$$

$$600 \times \frac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 10 + 250 \times 80 c_{\text{آب}} + m_3 \times c_{\text{آب}} \times (-50) = 0$$

$$3000 + 20000 = 50 m_3 \Rightarrow m_3 = 460 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم کل آب داخل ظرف} = 460 + 250 = 710 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۶)

(علیرضا بیاری)

۱۰۷- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، اندازه گرمای مبادله شده  $Q'$  برای هر دو جسم یکسان

است و می‌توان نوشت:  $Q' = m_A c_A |\Delta\theta_A| = m_B c_B \Delta\theta_B$

$$\Rightarrow m_A c_A (60 - 45) = m_B c_B (17 - 12)$$

$$\Rightarrow 15 m_A c_A = 5 m_B c_B \Rightarrow m_B c_B = 3 m_A c_A$$

وقتی هر دو جسم به دمای تعادل  $\theta_e$  می‌رسند نیز به اندازه یکسانی گرما

مبادله می‌کنند.

$$|Q_A| = |Q_B| \Rightarrow m_A c_A |\theta_e - 60| = m_B c_B (\theta_e - 12)$$

$$\xrightarrow{\theta_e < 60 \text{ C}} m_A c_A (60 - \theta_e) = 3 m_A c_A (\theta_e - 12)$$

$$\Rightarrow 60 - \theta_e = 3\theta_e - 36 \Rightarrow 96 = 4\theta_e \Rightarrow \theta_e = 24 \text{ C}$$

در پایان، دمای تعادل را برحسب کلونین می‌نویسیم:

$$T_e = \theta_e + 273 \xrightarrow{\theta_e = 24 \text{ C}} T_e = 24 + 273 = 297 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۴، ۹۸، ۱۰۰)

(مهران اسماعیلی)

۱۰۸- گزینه «۲»

با توجه به وجود بخار باقی‌مانده پس از ایجاد تعادل، می‌توان نتیجه گرفت در

نهایت مخلوط آب و بخار با دمای  $100 \text{ C}$  خواهیم داشت. می‌توان جرم بخار

تبدیل شده به آب  $100 \text{ C}$  را محاسبه کرد.

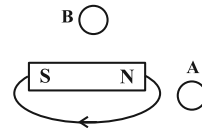


## فیزیک ۲

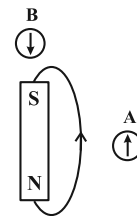
۱۱۱- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

ابتدا با توجه به جهت گیری عقربه پایین، قطب‌های آهن‌ربا را تعیین می‌کنیم. می‌دانیم که عقربه مغناطیسی همواره جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد و جهت خط‌های میدان مغناطیسی خارج آهن‌ربا از قطب N به S است. بنابراین قطب‌های آهن‌ربا به صورت زیر خواهد شد:



حال اگر آهن‌ربا  $90^\circ$  در جهت عقربه‌های ساعت بچرخد، به صورت زیر قرار می‌گیرد و جهت عقربه‌های A و B در جهت میدان مغناطیسی و به صورت زیر خواهد شد:



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۱۲- گزینه «۱»

(ممدکاکم منشاری)

بررسی موارد نادرست:

الف) زمین مانند یک آهن‌ربا بسیار بزرگ رفتار می‌کند که قطب شمال آن در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین است.

ب) قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند. در واقع قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند.

پ) موتورهای الکتریکی ابزارهایی هستند که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کنند.

ت) نیروی بین دو سیم راست و بلند موازی حامل جریان‌های هم‌جهت، ربایشی است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۷، ۹۱ و ۹۶)

۱۱۳- گزینه «۳»

(ابوالفضل نکومنش نژاد)

جهت میدان مغناطیسی دو حلقه در مرکز آن‌ها مخالف یکدیگر است و اندازه میدان حاصل از حلقه کوچک‌تر بیشتر است. پس در مورد میدان مغناطیسی برابند می‌توان نوشت:

$$B_T = B_{\text{حلقه بزرگ}} - B_{\text{حلقه کوچک}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2 r_{\text{کوچک}}} - \frac{\mu_0 I}{2 r_{\text{بزرگ}}} = \frac{\mu_0 I}{2} \left( \frac{1}{r_{\text{کوچک}}} - \frac{1}{r_{\text{بزرگ}}} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{برحسب سانتی‌متر}} B_T = \frac{\mu_0 I}{2} \left( \frac{1}{r \times 10^{-2}} - \frac{1}{(r+3) \times 10^{-2}} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2} \left( \frac{100}{r} - \frac{100}{r+3} \right)$$

$$B_T = 2\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 100 \left( \frac{r+3-r}{r(r+3)} \right) = \pi \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow 18\pi \times 10^{-5} \frac{1}{r(r+3)} = \pi \times 10^{-5} \Rightarrow r(r+3) = 18$$

$$\Rightarrow r^2 + 3r - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = -6 \text{ cm} & \text{غ قق} \\ r = 3 \text{ cm} & \text{قق} \end{cases}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۱۱۴- گزینه «۳»

(علی بزرگر)

برای خاصیت آهن‌ربایی هر ماده فرومغناطیسی مقدار اشباع یا بیشینه وجود دارد. این وضعیت هنگامی به وجود می‌آید که ماده مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی بسیار قوی قرار گیرد، به طوری که درصد بالایی از دو قطبی‌های مغناطیسی حوزه‌ها به موازات یکدیگر هم خط شوند.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۶، ۹۳ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

$$F_E = E |q| = \frac{|\Delta V|}{d} \times |q| \Rightarrow F_E = \frac{50}{10^{-2}} \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-2} \text{ N}$$

$$\vec{F}_E = (10^{-2} \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_B = |q| v B \sin \theta \Rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ$$

$$= 8 \times 10^{-3} \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_B = (-8 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

$$W = mg = 400 \times 10^{-6} \times 10 = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\vec{W} = (-4 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

در آخر نیز به کمک قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به دست می آوریم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{\vec{F}_E + \vec{F}_B + \vec{W}}{m} = \frac{(-2 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}}{400 \times 10^{-6} \text{ kg}} = (-5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \vec{j}$$

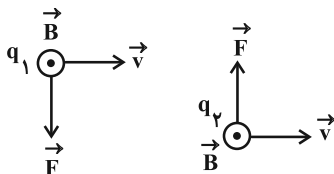
(فیزیک ۲ - صفحه های ۸۹ تا ۹۲)

(معمرضا نصیری)

۱۱۷ - گزینه «۴»

با توجه به قاعده دست راست بار  $q_1$  چون به پایین منحرف شده، مثبت و

بار  $q_2$  که به سمت بالا منحرف شده، منفی است.



درضمن چون  $q_2$  شعاع کمتری دارد و زودتر منحرف شده پس نیروی

بزرگ تری به آن وارد شده و با توجه به تندی و جرم یکسان دو ذره، پس

باید بار الکتریکی بیشتری داشته باشد:  $\uparrow F = |q| \uparrow v B \sin \alpha$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۵ - گزینه «۳»

(علیرضا بیاری)

به کمک قاعده دست راست معلوم می شود که جهت میدان مغناطیسی حاصل

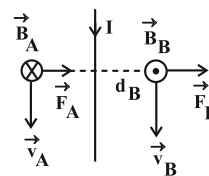
از سیم راست حامل جریان، در محل بار A ( $\vec{B}_A$ ) درون سو و در محل

بار B ( $\vec{B}_B$ ) بیرون سو است. بنابراین با توجه به علامت بارهای

الکتریکی  $q_A$  و  $q_B$  جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر دو ذره به طرف

راست است. از طرفی چون ذره B نسبت به ذره A به سیم حامل جریان

نزدیک تر است. داریم:  $B_B > B_A$



اکنون اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این دو ذره را با هم مقایسه می کنیم:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{|q_B| v_B B_B \sin \theta_B}{|q_A| v_A B_A \sin \theta_A} \quad |q_B| = |q_A|, v_B = v_A \rightarrow \theta_B = \theta_A = 90^\circ$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{v B_B}{B_A} \quad B_B > B_A \rightarrow F_B > v F_A$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۸۹ تا ۹۵)

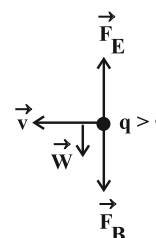
(معمرضا فارمی)

۱۱۶ - گزینه «۲»

ابتدا به کمک جهت خطوط میدان های الکتریکی و مغناطیسی و همچنین قاعده

دست راست، جهت نیروهای وارد بر ذره باردار را رسم می کنیم. سپس مقدار

هر یک از نیروهای وارد بر آن را به دست می آوریم:

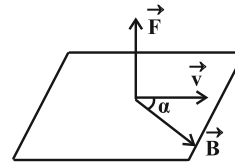




۱۱۸ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به این که بار ذره منفی است برای تعیین جهت سرعت ذره می‌توانیم از قاعده دست چپ استفاده کنیم. بدین منظور اگر انگشت شست را رو به بالا (جهت مثبت محور Z) و چهار انگشت را در جهت مثبت محور Y نگه داشته و آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم تا در جهت B باشد، بنابراین جهت سرعت ذره می‌تواند در جهت مثبت +y باشد.



با توجه به شکل و جهت ممکن برای سرعت، داریم:

$$\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$F = |q| v B \sin \alpha \quad \begin{matrix} F = 0.24 \text{ N}, |q| = 3 \times 10^{-3} \text{ C} \\ B = 0.4 \text{ T}, \alpha = 30^\circ \end{matrix}$$

$$0.24 = 3 \times 10^{-3} \times v \times 0.4 \times \sin 30^\circ$$

$$0.24 = 1/2 \times 10^{-3} \times v \times \frac{1}{2} \Rightarrow v = \frac{0.24}{0.6 \times 10^{-3}} = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

چون حلقه‌های سیمولوله آرمانی بسیار نزدیک به هم هستند، طول سیمولوله

$$\ell = ND \quad \text{برابر است با:}$$

که در آن N تعداد دورهای سیمولوله و D قطر سیمی است که سیمولوله از

آن ساخته شده است. بنابراین با توجه به رابطه میدان مغناطیسی درون

سیمولوله، داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{\ell = ND} B = \frac{\mu_0 I}{D}$$

$$B = 9/6 \times 10^{-4} \text{ T} \\ D = 1/57 \times 10^{-3} \text{ m}, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$9/6 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times I}{1/57 \times 10^{-3}}$$

$$\pi = 3/14 \rightarrow T = \frac{1/57 \times 10^{-3} \times 9/6 \times 10^{-4}}{4 \times 3/14 \times 10^{-7}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{9/6}{8} = 1/2 \text{ A}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا جریان عبوری از مدار را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad \begin{matrix} R = 4\Omega, r = 2\Omega \\ \mathcal{E} = 12\text{V} \end{matrix} \rightarrow I = \frac{12}{4+2} = 2 \text{ A}$$

با توجه به این که میدان مغناطیسی ۲۵ درصد افزایش یافته است، داریم:

$$B' = B + 0.25B = 1.25B$$

اکنون با ثابت ماندن نیروی مغناطیسی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F_B = F'_B \quad \begin{matrix} F_B = BI\ell \\ B'I'\ell' \end{matrix} \rightarrow BI\ell' = B'I'\ell' \quad \begin{matrix} I = 2 \text{ A} \\ B' = 1.25B \end{matrix}$$

$$B \times 2 = 1.25B \times I' \Rightarrow I' = 1/6 \text{ A}$$

حال با داشتن اندازه جریان عبوری در حالت دوم، می‌توان مقاومت متغیر را

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'+r} \quad \begin{matrix} I' = 1/6 \text{ A} \\ \mathcal{E} = 12\text{V}, r = 2\Omega \end{matrix} \rightarrow 1/6 = \frac{12}{R'+2} \quad \text{محاسبه کرد:}$$

$$\Rightarrow R' = 5/5 \Omega$$

پس اندازه تغییر مقاومت برابر است با:

$$\Delta R = R' - R = 5/5 - 4 = 1/5 \Omega$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)



## شیمی ۳

## ۱۲۱- گزینه «۲»

(پیمان فواوی میسر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شکل A مربوط به قلمروی تولید مواد مانند آبکاری است.

(۳) شکل C چراغ خورشیدی را نشان می‌دهد که از لامپ LED، سلول خورشیدی و باتری قابل شارژ تهیه شده است.

(۴) برای ساخت باتری لیمویی به دو فلز با جنس‌های متفاوت نیاز است. (به‌طور مثال مس و روی)

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

## ۱۲۲- گزینه «۱»

(مهمرضا پورماویر)

واکنش انجام شده به صورت  $2\text{Na} + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{NaCl}$  می‌باشد که در آن اتم‌های سدیم الکترون از دست می‌دهند ( $\text{Na} \rightarrow \text{Na}^+ + e^-$ ) و اکسایش پیدا می‌کنند. به این ترتیب به عنوان کاهنده باعث کاهش یافتن گاز کلر ( $\text{Cl}_2 + 2e^- \rightarrow 2\text{Cl}^-$ ) خواهند شد.

(شیمی ۳- مشابه با هم بیندیشیم صفحه ۴۰)

## ۱۲۳- گزینه «۱»

(پیمان فواوی میسر)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ A ( $2\text{Ni}$ ) در واکنش کاهنده است و اکسایش می‌یابد.(۲) نادرست؛ معادله کاهش به صورت  $2\text{B}^-(\text{s}) + 4e^- \rightarrow \text{B}_2(\text{g})$  است.

(۳) نادرست؛ به ازای تشکیل هر مول فرآورده یونی، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$4 \text{ mol NiO} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol NiO}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = 4.816 \times 10^{23} e^-$$

(۴) نادرست؛ قدرت اکسندگی گوگرد از قدرت اکسندگی اکسیژن کمتر است.

(شیمی ۳- صفحه ۴۰)

## ۱۲۴- گزینه «۴»

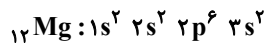
(مهمرضا جمشیدی)

عبارت صورت سوال نادرست است.

اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند الکترون از دست بدهند و اکسایش یابند.

بررسی برخی گزینه‌ها:

(۱) گونه کاهنده فلز منیزیم می‌باشد که با توجه به آرایش الکترونی آن، دارای ۳ لایه اشغال شده از الکترون می‌باشد.



(۴) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(مشابه متن کتاب درسی)

## ۱۲۵- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

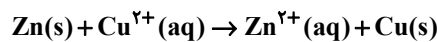
به ازای هر مول فلز مس تولید شده در واکنش، یک مول فلز روی از تیغه جدا می‌شود. این یعنی جرم تیغه به ازای مصرف ۱ مول فلز روی به اندازه ۱ گرم کاهش می‌یابد.

تغییر جرم تیغه به ازای مصرف یک مول فلز روی

$$-1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 64 - 65 = \text{جرم Zn جدا شده} - \text{جرم Cu رسوب کرده}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

واکنش موازنه شده انجام شده به صورت زیر است که ضرایب دو سمت معادله با هم برابر است.

به دلیل مصرف یون  $\text{Cu}^{2+}$ ، با گذشت زمان شدت رنگ محلول کاهش می‌یابد. یون‌های  $\text{Cu}^{2+}$  در واکنش با گرفتن الکترون‌های فلز روی باعث اکسایش آن می‌شوند پس اکسنده هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشابه متن و شکل کتاب درسی)

## ۱۲۶- گزینه «۴»

(یاسر راش)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در واکنش‌هایی مانند: « $\text{Zn(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \dots$ »، یون مس کاهش یافته و به اتم مس (Cu) تبدیل می‌شود که به صورت رسوب ظاهر می‌گردد. گونه‌ای که اکسید می‌شود، معمولاً به شکل یون در محلول باقی می‌ماند.

(۲) هر فرایندی که به سمت پایداری بیشتر (انرژی کمتر) پیش می‌رود، تفاوت انرژی را به صورت گرما یا نور آزاد می‌کند.

(۳) فلز کاهنده‌تر، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد و می‌تواند الکترون‌های خود را به کاتیون فلز با قدرت کاهندگی کمتر بدهد و آن را کاهش داده و از نمک آن خارج کرده و به صورت فلز آزاد کند.





شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۴»

(مسین شاهسواری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره، آن را در مناطقی عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد.

(۲) سوخت سبزی، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.

(۳) برای تبدیل  $\text{CO}_2$  به مواد معدنی می‌توان از منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید استفاده کرد و نباید در نام‌گذاری این دو ترکیب از اعداد رومی استفاده کرد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۲- گزینه «۳»

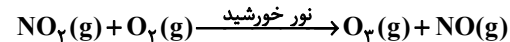
(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت مکان‌های مناسبی برای دفن  $\text{CO}_2$  هستند.

(ب) نادرست؛ دگرشکل (آلوتروپ) به هر یک از شکل‌های مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود.

(ب) درست؛ با توجه به واکنش زیر



فرآورده  $\text{NO}$  طبق واکنش  $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$  هنگام رعد و برق در هواکره، تولید می‌شود.

(ت) درست؛ واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است. نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار پیوندها در مولکول هر کدام برابر ۲ می‌باشد.

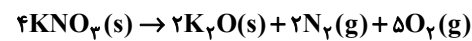


(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

۱۳۳- گزینه «۱»

(علیرضا بیانی)

با توجه به معادله واکنش موازنه شده زیر داریم:



با فرض سوال که واکنش به‌طور کامل انجام شده است می‌توان گفت به ازای مصرف ۴ مول  $\text{KNO}_3$ ، ۲ مول  $\text{K}_2\text{O}$  تولید شده است که اختلاف جرم آن‌ها برابر:

$$\left(4 \text{ mol KNO}_3 \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3}\right) - \left(2 \text{ mol K}_2\text{O} \times \frac{94 \text{ g K}_2\text{O}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}}\right)$$

$$= 216 \text{ g}$$

و از طرفی چون شرایط سوال STP نمی‌باشد باید حجم مولی گاز اکسیژن در شرایط جدید را محاسبه کنیم. طبق رابطه زیر داریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 546 + 273 = 819$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{2 \times V_2}{819} \Rightarrow V_2 = 33 / 6 \text{ L}$$

STP      جدید

$$5 / 4 \text{ g} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{216 \text{ g}} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol KNO}_3}$$

$$\times \frac{33 / 6 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 4 / 2 \text{ L O}_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۱۳۴- گزینه «۴»

(میتبی ممیوب)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) طبق متن کتاب درسی، گازها برخلاف مایعات و جامدات تراکم‌پذیر می‌باشند.

(۲) برای توصیف یک نمونه گاز افزون بر مقدار و دمای آن باید فشار آن نیز مشخص باشد.

(۳) در دما و فشار یکسان حجم مقدار مول معینی از گازهای گوناگون با هم برابر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

۱۳۵- گزینه «۳»

(مهرشاز میرزاهمیری)

علت نادرستی گزینه «۳»:

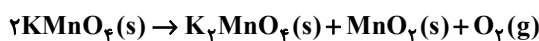
طبق شکل کتاب درصد گاز نیتروژن از ۷۸٪ به ۹۵٪ می‌رسد که ۱۷٪ تغییر و درصد گاز اکسیژن از ۲۱٪ به ۵٪ می‌رسد که ۱۶٪ تغییر دارد. پس در نتیجه تغییر درصد گاز نیتروژن کمی بیشتر از تغییر درصد گاز اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳، ۷۵، ۸۱ و ۸۳)

۱۳۶- گزینه «۲»

(مبینا سیرسینینی)

معادله موازنه شده به صورت زیر می‌باشد:

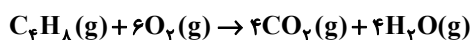


در ابتدا مقدار اکسیژن تولید شده توسط تجزیه پتاسیم پرمنگنات را محاسبه می‌کنیم:

$$118 / 5 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4}$$

$$= 0 / 375 \text{ mol O}_2$$

سپس گاز اکسیژن حاصل از تجزیه پتاسیم پرمنگنات با مقدار کافی  $\text{C}_4\text{H}_8$  طی واکنش سوختن مصرف شده و مقدار تولید شده  $\text{H}_2\text{O}$  را محاسبه می‌کنیم:



$$0 / 375 \text{ mol O}_2 \times \frac{4 \text{ mol H}_2\text{O}}{6 \text{ mol O}_2} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 4 / 5 \text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)



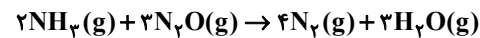
۱۳۷- گزینه «۲»

(نردا سسین پورمقرم)

$$\text{STP} \Rightarrow \begin{cases} \text{دما: } 273\text{K} \text{ یا } 0^\circ\text{C} \\ \text{فشار: } 1\text{atm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم مولی گازها} \Rightarrow \begin{cases} 22400\text{mL} \\ 22/4\text{L} \end{cases} \text{ یا}$$

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$? \text{ g NH}_3 = 448\text{ mL} \text{ مخلوط گازی} \times \frac{1\text{ L مخلوط}}{1000\text{ mL مخلوط}}$$

$$\times \frac{1\text{ mol مخلوط}}{22/4\text{ L}} \times \frac{2\text{ mol NH}_3}{5\text{ mol مخلوط}} \times \frac{17\text{ g NH}_3}{1\text{ mol NH}_3} = 0/136\text{ g NH}_3$$

$$? \text{ g N}_2\text{O} = 448\text{ mL} \text{ مخلوط} \times \frac{1\text{ L مخلوط}}{1000\text{ mL مخلوط}}$$

$$\times \frac{1\text{ mol مخلوط}}{22/4\text{ L}} \times \frac{3\text{ mol N}_2\text{O}}{5\text{ mol مخلوط}} \times \frac{44\text{ g N}_2\text{O}}{1\text{ mol N}_2\text{O}}$$

$$= 0/528\text{ g N}_2\text{O}$$

$$\text{مجموع جرم} = 0/528 + 0/136 = 0/664\text{ g}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۳۸- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

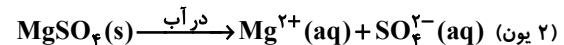
نقطه جوش مولکول اوزون به دلیل قطبیت و جرم مولی بیشتر، از مولکول ناقطبی اکسیژن بیشتر است. در نتیجه گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن با سهولت بیشتری مایع می‌شود. در نتیجه مقایسه گزینه «۱» درست است.

نقطه جوش گازهای آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن به ترتیب  $-33^\circ\text{C}$ ،  $-196^\circ\text{C}$  و  $-253^\circ\text{C}$  است. در نتیجه مقایسه گزینه «۲» درست است.

تعداد یون‌های حاصل از انحلال آمونیوم کربنات در آب:



تعداد یون‌های حاصل از انحلال منیزیم سولفات در آب:



در نتیجه مقایسه گزینه «۳» درست است.

مطابق شکل صفحه ۹۴ کتاب درسی مقدار نمک حل شده در دریای مدیترانه برحسب درصد بیشتر از این مقدار در اقیانوس آرام است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی + آب، آهنک زندگی:

صفحه‌های ۷۳، ۸۲، ۹۱، ۹۲ و ۹۴)

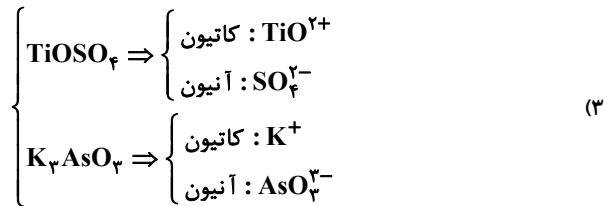
۱۳۹- گزینه «۴»

(ممنسن مبنونی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به شکل نمودار کتاب درسی که کاربردهای NaCl را نشان می‌دهد، سهم استفاده از NaCl استخراج شده در مصارف خانگی و تولید سدیم کربنات کمتر از ۵۰ درصد می‌باشد.

۲) اولین مرحله استخراج فلز منیزیم، واکنش یون آن با محلول دارای یون هیدروکسید است که منجر به تولید رسوب  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  نامحلول می‌شود.



$$\Rightarrow \text{تیتانیل آرسنیت: } (\text{TiO})_3(\text{AsO}_3)_3$$

۴) در هر سه واکنش به ترتیب رسوب‌های سفید رنگ  $\text{AgCl}$ ،  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  و  $\text{BaSO}_4$  تولید می‌شود که نشان‌دهنده وجود یون‌های  $\text{Cl}^-$ ،  $\text{Ca}^{2+}$  و  $\text{Ba}^{2+}$  در محلول‌ها می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی: صفحه‌های ۸۹، ۹۲، ۹۷ و ۹۸)

۱۴۰- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)

$$\left. \begin{aligned} V \text{ گازوئیل} &= 50\text{L} \\ d \text{ گازوئیل} &= 0/85\text{ g}\cdot\text{mL}^{-1} = 850\text{ g}\cdot\text{L}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

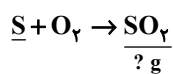
$$\Rightarrow m \text{ (گازوئیل)} = d \times V = 850 \times 50 = 42500\text{ g}$$

$$400\text{ ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده گوگرد}}{42500} \times 10^6$$

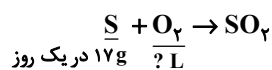
$$\Rightarrow x = \frac{42500 \times 400}{10^6} = 17\text{ g گوگرد}$$

مقدار گوگردی که در طول ۳۰ روز در خودرو دیزلی می‌سوزد:

$$\text{در } 30 \text{ روز} \Rightarrow 30 \times 17\text{ g} = 510\text{ g}$$



$$? \text{ SO}_2 = 510\text{ g S} \times \frac{1\text{ mol S}}{32\text{ g S}} \times \frac{1\text{ mol SO}_2}{1\text{ mol S}} \times \frac{64\text{ g SO}_2}{1\text{ mol SO}_2} = 1020\text{ g}$$



$$? \text{ L O}_2 = 17\text{ g S} \times \frac{1\text{ mol S}}{32\text{ g S}} \times \frac{1\text{ mol O}_2}{1\text{ mol S}} \times \frac{22/4\text{ L O}_2}{1\text{ mol O}_2} = 11/9\text{ L O}_2$$

$$\frac{11/9\text{ L}}{? \text{ L}} \left| \begin{array}{l} 20\% \\ 100\% \end{array} \right. \Rightarrow 59/5 \text{ لیتر هوا}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی + آب، آهنک زندگی:

صفحه‌های ۷۷، ۸۰، ۹۴ و ۹۵)



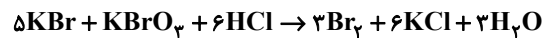


## شیمی ۲

## ۱۴۱- گزینه «۲»

(ممنون مبنونی)

در ابتدا واکنش مورد نظر را موازنه می‌کنیم:



با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(۱) سرعت تولید  $\text{Br}_2$  سه برابر سرعت مصرف  $\text{KBrO}_3$  می‌باشد. اما با توجه به این که حالت فیزیکی  $\text{Br}_2$  در واکنش مایع است و غلظت مایعات خالص با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، نباید سرعت تولید آن را در واکنش براساس تغییر غلظت در نظر گرفت. پس مقایسه سرعت این دو ماده براساس غلظت آن‌ها صحیح نیست.

(۲) سرعت هر کدام از مواد  $\text{HCl}$  و  $\text{KCl}$ ، شش برابر سرعت واکنش است. علامت منفی برای  $\text{HCl}$  و علامت مثبت برای  $\text{KCl}$  نیز با توجه به مثبت بودن واکنش  $\bar{R}$  به درستی قرار داده شده است.

(۳) با توجه به ضرایب  $\text{KBr}$  و  $\text{KCl}$ ، تساوی قرار داده شده صحیح است.

(۴) اگر کل عبارت را بر عدد ۲ تقسیم کنیم به رابطه

$$\bar{R} = -\frac{\Delta[\text{HCl}]}{6\Delta t} = -\frac{\Delta[\text{KBrO}_3]}{\Delta t}$$

ضرایب مواد و مثبت بودن، این تساوی صحیح است. در مرحله بعد به محاسبه قسمت دوم سوال می‌پردازیم، گونه کاهنده با توجه به تغییرات عدد اکسایش  $\text{Br}^-$  در ترکیب  $\text{KBr}$  است، ترکیب یونی تولید شده نیز  $\text{KCl}$  می‌باشد.

$$? \text{ mol KCl} = 2 \text{ mol KBr} \times \frac{6 \text{ mol KCl}}{5 \text{ mol KBr}} = 2 / 5 \text{ mol KCl}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

## ۱۴۲- گزینه «۱»

(مهمرضا پوریاوید)

طبق متن کتاب الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزند و سایر گزینه‌ها طبق متن کتاب درست می‌باشند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

## ۱۴۳- گزینه «۴»

(امسان روستایی)

منحنی تغییرات مقدار ماده B رو به پایین و منحنی تغییرات مقدار مواد A و C رو به بالا است. پس ماده B واکنش‌دهنده و ماده A و C فراورده هستند. از طرفی با توجه به نمودار، شیب منحنی مواد A و B مشابه یکدیگر و دو برابر شیب منحنی ماده C است و در نتیجه اگر ضریب ماده C را برابر یک در نظر بگیریم، ضریب مواد A و B برابر ۲ خواهد بود. در نتیجه معادله موازنه شده به صورت  $2\text{B} \rightarrow 2\text{A} + \text{C}$  خواهد بود. از طرفی با توجه به سرعت واکنش می‌توان در نهایت به مقدار مول تولیدی ماده A رسید.

$$\bar{R}_A = 2\bar{R} \text{ واکنش} = 2 \times 0.06 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = 0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Delta t = 120 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2 \text{ min}$$

$$0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{x \text{ mol A}}{2 \text{ min}} \Rightarrow \text{mol A} = 0.24$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

## ۱۴۴- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

بعد از باز شدن شیر مخزن حجم کل آن برابر با دو لیتر خواهد بود و غلظت هر یک از گازها و واکنش میان آن‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$[\text{A}_2] = \frac{10 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}, \quad [\text{BA}] = \frac{20 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



و همان‌طور که می‌بینیم مقدار واکنش‌دهنده‌ها متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است. حال به کمک سرعت واکنش زمان لازم برای مصرف واکنش دهنده  $\text{A}_2$  را که سرعت مصرف آن با سرعت واکنش برابر است، حساب می‌کنیم:

$$10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta[\text{A}_2]}{\Delta t} = \frac{5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 500 \text{ s} \xrightarrow{+60} \Delta t = \frac{25}{3} \text{ min}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)



۱۴۵ - گزینه «۴»

(معمردشا پورشاویر)

اگر فرض کنیم در واکنش دوم  $x$  گرم  $O_2$  تولید می‌شود. در این صورت جرم  $SO_3$  حاصل از واکنش اول  $5x$  گرم خواهد بود. به این ترتیب در مورد واکنش اول می‌توان گفت:

$$\text{مقدار } SO_3 = 5x \text{ g } SO_3 \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{80 \text{ g } SO_3} = \frac{x}{16} \text{ mol } SO_3$$

$$\bar{R}_{SO_3} = \frac{\frac{x}{16} \text{ mol}}{\Delta t} = \frac{x}{16\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش اول}} = \frac{\bar{R}_{SO_3}}{3} = \frac{x}{48\Delta t}$$

برای واکنش دوم خواهیم داشت:

$$\text{مقدار } O_2 = x \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = \frac{x}{32} \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\frac{x}{32} \text{ mol}}{\Delta t} = \frac{x}{32\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش دوم}} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{1} = \frac{x}{32\Delta t}$$

$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش اول}}}{\bar{R}_{\text{واکنش دوم}}} = \frac{\frac{x}{48\Delta t}}{\frac{x}{32\Delta t}} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۶ - گزینه «۲»

(پیمان فواجوی میر)

فرمول ساختاری داده شده مربوط به بنزوئیک اسید با فرمول مولکولی  $C_7H_6O_2$  است.

بررسی همه موارد:

الف) درست؛ اسیدهای آلی بر اثر واکنش با محلول پتاسیم پرمنگنات، رنگ بنفش محلول را از بین می‌برند. (بر اثر گرم شدن)

ب) نادرست؛ اختلاف جرم مولی  $C_7H_6O_2$  و  $C_7H_8O$  برابر ۱۶ گرم بر مول و اختلاف جرم مولی  $C_7H_8$  و  $C_7H_6$  برابر ۱۴ گرم بر مول است.

پ) نادرست؛ بنزوئیک اسید در توت و تمشک وجود دارد.

ت) نادرست؛ بنزوئیک اسید دارای ۴ پیوند دوگانه و ۱۱ پیوند یگانه است.

ث) درست؛ جرم مولی بنزوئیک اسید ۱۲۲ گرم بر مول و جرم مولی استیک اسید ( $CH_3COOH$ ) و اتیلن گلیکول ( $C_2H_6O_2$ ) به ترتیب ۶۰ و ۶۲ گرم بر مول است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱۴۷ - گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



در ۱۰۰ ثانیه اول واکنش، ۰/۰۳ مول  $KO_2$  مصرف می‌شود. پس می‌توان حجم  $O_2$  تولید شده را به دست آورد.

$$0.03 \text{ mol } KO_2 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } KO_2} \times \frac{25 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_2} = 0.5625 \text{ L } O_2$$

$$R_{O_2} = \frac{0.5625 \text{ L}}{\frac{100}{60} \text{ min}} = 0.3375 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۸ - گزینه «۴»

(نرا حسین پورمقدم)

$$\Delta n_{KClO_3} = 5 - 0 = 5 = 4/5 \text{ mol}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\Delta[KClO_3] = \frac{\Delta n}{V} = \frac{4/5}{2} = 2/25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}; \quad (1) \text{ نادرست}$$

$$\Delta t = 40 - 0 = 40 \text{ s}$$

$$\bar{R}_{KClO_3} = \frac{\Delta[KClO_3]}{\Delta t} = \frac{2/25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{40 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}$$

$$= 3/375 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \quad \text{سرعت تجزیه } KClO_3$$

(۲) نادرست؛ سرعت واکنش برابر است با سرعت تغییر غلظت هر

واکنش‌دهنده یا محصول واکنش در واحد زمان تقسیم بر ضریب

استوکیومتری آن در واکنش.



(۳) نادرست؛

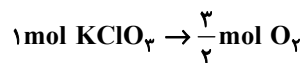
$$n_1 - n_2 = 1/3$$

$$\Delta t = 30 - 10 = 20 \text{ s}$$

$$\Delta[\text{KClO}_3] = \frac{n_1 - n_2}{V} = \frac{1/3}{2} = 0/65 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta[\text{KClO}_3]}{2 \times \Delta t} = \frac{0/65 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{2 \times 20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0/975 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۴) درست؛

یعنی با تجزیه هر مول  $\text{KClO}_3$ ،  $\frac{3}{2}$  مول  $\text{O}_2$  تولید می‌شود.

$$t = 40 \text{ s} \Rightarrow \Delta n_{\text{KClO}_3} = 5 - 0/5 = 4/5$$

$$n_{\text{O}_2} = \Delta n_{\text{KClO}_3} \times \frac{3}{2} = 4/5 \times 1/5 = 6/75 \text{ mol}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

-۱۴۹- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی گزینه‌های نادرست؛

(۱) نادرست؛ رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود

الکترون جفت نشده دارد.

(۲) نادرست؛ هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپین هستند.

(۴) نادرست؛ چهره آشکار ردپای غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود ۳۰

درصد از غذا در جهان به زباله تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۰، ۹۱ و ۹۴)

۱۵۰- گزینه «۴»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

مورد اول: فرایندهای پنهان تولید غذا شامل مصرف گسترده زمین‌های کشاورزی، آب فراوان برای آبیاری و انرژی برای فراوری و حمل و نقل است که همگی بخشی از این ردپا هستند.

مورد دوم: با بالا رفتن تعداد انسان‌ها و بهبود سطح زندگی، نیاز به غذاهای متنوع‌تر و باکیفیت‌تر افزایش می‌یابد که مستلزم اختصاص زمین‌های کشاورزی بیشتر و مصرف منابع گسترده‌تر است.

مورد سوم: با توجه به محدودیت منابع زمین و آب بدون افزایش کارایی در تولید و توزیع غذا، نمی‌توان نیازهای جمعیت جهانی را که در حال افزایش است، به‌طور پایدار برآورده کرد به‌طوری که اگر الگوی مصرف کنونی ادامه یابد و بهره‌وری تولید رخ ندهد، در سال ۲۰۵۰ به دو برابر مساحت زمین برای تامین غذای جمعیت جهان نیاز است.

مورد چهارم: الگوی توسعه پایدار با بهینه‌سازی و کاهش هدر رفت، قصد دارد نیاز به مساحت زمین برای تولید غذا را تا سال ۲۰۵۰ به حداکثر یک برابر مساحت زمین کاهش دهد.

مورد پنجم: اگر مصرف‌گرایی، بی‌رویه و هدر رفت غذا ادامه یابد، فشار بر زمین‌های کشاورزی و سایر منابع چنان فزونی می‌گیرد که تامین نیازهای نسل آینده به شدت با مشکل مواجه خواهد شد و نیاز به جایگزینی الگوی کنونی با الگوی توسعه پایدار بیش از پیش احساس می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)



# دفترچه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۳۰ آبان ماه ۱۴۰۴

## طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسین پرهیزگار، نازنین فاطمه حاجیلو، ملیکا ذاکری، محسن فدایی، الهام محمدی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه، مهران سعیدنیا، محمدرضا سوری، حمیدرضا قاندامینی
دین و زندگی	محمد رضایی‌بقا، محمدمهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی‌کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، ایمان حسن‌پور، بیتا قربان‌پور، سعید کاویانی، عقیل محمدی‌روش

## گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	مسئول درس‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	نازنین فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	فریبا رنوفی، الناز معتمدی، مهدی یعقوبیان، محسن جمشیدی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه	آرمین ساعدپناه	درویشعلی ابراهیمی	لیلا ایزدی، نیما مروج، مهدی یعقوبیان ابوالفضل مرادی
دین و زندگی	محمدمهدی مانده‌علی	محمدمهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار سکینه گلشنی	سجاد حقیقی‌پور، مجتبی رضازاده، علی ابراهیمی آرانی
اهلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، محدثه مرآتی، فاطمه نقدی	سپهر اشتیاقی، علیرضا رمضان‌زاده

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر، محیا اصغری، مسئول دفترچه، فریبا رنوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



## فارسی ۲

## ۲۰۱- گزینه ۱

(نازنین فاطمه هایلو مصفا زاده)

فرض در این عبارت، به معنی «لازم، ضروری، آنچه خداوند بر بندگانش واجب کرده است.» است.

(لغت، واژه نامه)

## ۲۰۲- گزینه ۴

(حسین پرهیزگار - سبزواری)

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۱: فراغ ← فراغ

گزینه ۲: مسطور ← مستور

گزینه ۳: اصرار ← اسرار

(املا، صفحه های ۴۸ و ۴۹)

## ۲۰۳- گزینه ۲

(نازنین فاطمه هایلو مصفا زاده)

«مانند» در بیت صورت سؤال، در معنای «شد، گردید و ...» به کار رفته است، بنابراین فعلی اسنادی محسوب می شود؛ پس جواب درست، گزینه ای است که هر دو فعل موجود در آن، اسنادی باشند.

گزینه ۲: در هر دو مصراع فعل «شدم» اسنادی است.

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۱: «پدید» و «دید»، دو فعل این گزینه هستند که هر دو غیر اسنادی اند.

گزینه ۳: «نیست» اول، اسنادی است؛ «نیست» دوم، غیر اسنادی است و به معنی «وجود ندارد» به کار رفته است.

گزینه ۴: «تشد» فعل اول است که اسنادی است؛ فعل دوم، «دارد» است که غیر اسنادی است.

(دستور، صفحه های ۴۸، ۴۹ و ۵۲)

## ۲۰۴- گزینه ۱

(نازنین فاطمه هایلو مصفا زاده)

نخست، باید جمله هسته را بیابیم: آن را عشق خوانند (جمله هسته)، چون = هنگامی که (پیوند وابسته ساز) محبت به غایت برسد (جمله وابسته). پس، باید ساختار جمله «آن را عشق خوانند» را بیابیم که به این شکل می شود: «آن ها (نهاد پنهان)، آن را (مفعول و نشانه مفعول) عشق (مسند) می خوانند (فعل اسنادی): نهاد + مفعول + مسند + فعل».

از بین گزینه ها، فقط گزینه ۱ است که چنین ساختاری دارد.

گزینه ۱: آتش عشق (نهاد) او را (مفعول و نشانه مفعول) چنان (مسند) گرداند (فعل اسنادی): نهاد + مفعول + مسند + فعل

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۲: مردم (نهاد) به او (حرف اضافه و متمم) دهقان فداکار (مسند) می گفتند (فعل اسنادی): نهاد + متمم + مسند + فعل

گزینه ۳: عشق (نهاد) بنده را (مفعول و نشانه مفعول) به خدا (حرف اضافه و متمم) برساند (فعل غیر اسنادی)

گزینه ۴: پروانه (نهاد) قوت (مفعول) از عشق آتش (حرف اضافه و متمم) خورد (فعل غیر اسنادی)

(دستور، صفحه های ۵۳، ۵۵ و ۵۷)

## ۲۰۵- گزینه ۳

(ممنون فراهی - شیراز)

ابیات گزینه های ۱، ۲ و ۴، فاقد «اسلوب معادله» هستند، زیرا ویژگی های اسلوب معادله را ندارند؛ ولی در بیت گزینه ۳، «اسلوب معادله» وجود دارد چون ویژگی های «اسلوب معادله» را دارد.

ویژگی های اسلوب معادله: ۱) هر دو مصراع، یک مفهوم را بیان می کنند. ۲) معنای هر مصراع، مستقل و جداگانه است و فهم هر یک، می تواند بی نیاز از دیگری انجام شود. ۳) دو مصراع را می توان جابه جا کرد و اشکالی در معنا پدید نیاید. ۴) یک مصراع، مثال و مصادقی است برای مصراع اول. ۵) بین دو مصراع، می توان «همان طور که» قرار داد. ۶) هر مصراع از نظر دستوری مستقل است.

(آرایه، صفحه ۵۱)

## ۲۰۶- گزینه ۳

(ملیکا زاکری)

در گزینه «۳»، واژه های «جمال و کمال» سجع هستند و هم چنین میان «حسن، جمال و کمال» مراعات نظیر وجود دارد.

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۱: فقط تشبیه دارد: انسان (مشبه)، شمع (مشبه به)، چون (ادات تشبیه)، صبر بر داغ دیدگی (وجه شبه)

گزینه ۲: فقط استعاره دارد: رگ جان (جان چون انسانی فرض شده که رگ دارد).

گزینه ۴: فقط تشخیص وجود دارد: عاشق بودن پروانه

(آرایه، صفحه های ۵۵، ۵۴ و ۵۸)

## ۲۰۷- گزینه ۲

(نازنین فاطمه هایلو مصفا زاده)

صورت کامل ابیات، به شرح زیر است:

ای جویبار جاری! زین سایه برگ مگریز / کاین گونه فرصت از کف دادند بی شماران  
گفتی: «به روزگاران، مهری نشست» گفتم: «بیرون نمی توان کرد، حتی به روزگاران»

**نکته مهم درسی:**

بیت «سعدی به روزگاران، مهری نشست» در دل بیرون نمی توان کرد، آلا به روزگاران» از سعدی است که شفیهی کدکنی، مصراع دوم را در شعر خود با تغییر کوچکی (تبدیل «آلا» به «حتی») تضمین کرده است.

(شعر مفظی، صفحه ۵۹)

## ۲۰۸- گزینه ۴

(نازنین فاطمه هایلو مصفا زاده)

در بیت صورت سؤال، شکایت نی از «جدایی و دورماندگی از معشوق» است.

در گزینه «۴»، نیز، نفیر و صدای زاری و ناله، به علت همین جدایی و بریده شدن از یار است.

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۱: تأکید شکایت و ابراز رنج، از سختی های راه عشق است.

گزینه ۲: شکایت و خستگی، از پیدا نکردن هم زبان و کسی است که حال عاشق را بفهمد.

گزینه ۳: مصراع اول، از اشتیاق بی پایان عاشق حکایت می کند و مصراع دوم، از به هدر رفتن زندگی کسانی که از عشق محروم مانده و به آن دست نیافته اند.

(مفهوم، صفحه های ۴۸ و ۴۹)

## ۲۰۹- گزینه ۲

(نازنین فاطمه هایلو مصفا زاده)

هر دو عبارت به این مفهوم اشاره دارند که هنگام قرب و ادراک شهودی خداوند، انسان از خود بی خود می شود و دیگر نه خود و نه دیگران را به یاد می آورد؛ بلکه یکسره در وجود بی پایان خداوند، غرق و فنا می شود.

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۱: تقابل عشق و عقل (عشق، از بین برنده عقل و اندیشه است).

گزینه ۲: تأثیر خوب گوش دادن، بر خوب سخن گفتن گوینده

گزینه ۴: برآورده شدن حاجات به حرمت توسل به بزرگان مَقْرَب به حق

(مفهوم، صفحه ۵۳)

## ۲۱۰- گزینه ۴

(الهام ممدی)

مفهوم عبارت گزینه «۴»، ترک خود است؛ یعنی، سالک در مسیر عشق، خود، خواسته ها و نیازهایش را نادیده انگارد و به آن ها بی اعتنا باشد.

**تشریح گزینه های دیگر:**

گزینه ۱: اشتیاق و خیال عشق، از دانایی و خرد جهان ارزشمندتر است و ارزش دیوانگی عشق از همه عقل ها بیشتر است که بیانگر آن است عشق بر عقل برتری دارد و این دیدگاه تقابل بین عقل و عشق را نشان می دهد.

گزینه ۲: عشق مانند آتش (فراگیر) است، در هر جایی که فرود آید، چیز دیگری جز آن نمی تواند ساکن شود.

گزینه ۳: برای رسیدن به عشق که بالاترین مرحله است، باید از دو مرحله معرفت و محبت گذر کرد.

(مفهوم، صفحه های ۵۴ و ۵۵)



## عربی، زبان قرآن ۳

## ۲۱۱- گزینه «۳»

(آزمین ساعرنپناه)

کلمات «ذکریات (خاطرات)» و «شعائر (مراسم)» متضاد یکدیگر نیستند.

(واژگان، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

## ۲۱۲- گزینه «۴»

(مهمدرضا سوری)

«كَانَ يَتَعَبَّدُ»: عبادت می‌کرد

(ترجمه فعل، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

## ۲۱۳- گزینه «۴»

(مهران سعیرنیا)

«كُلَّ الَّذِينَ يَقِيمُونَ الصَّلَاةَ»: تمام کسانی که نماز را بر پا می‌دارند (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «يُؤْتُونَ الزَّكَاةَ»: زکات می‌دهند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «هم المفلحون»: همان رستگارانند (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۲۴)

## ۲۱۴- گزینه «۴»

(آزمین ساعرنپناه)

«أرى الزَّمْلَاءَ الَّذِينَ»: هم‌شاگردی‌هایی را می‌بینم که (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «يلعبون في المسابقات العالمية»: در مسابقات جهانی بازی می‌کنند (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «تمرّ أُمّی ذکریاتی»: خاطراتم مقابلم گذر می‌کنند (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۱۸)

## ۲۱۵- گزینه «۳»

(مهمدرضا سوری)

«أولَى آیات»: اولین آیات / «بسیار» اضافی است.

(ترجمه، ترکیبی)

## ۲۱۶- گزینه «۴»

(همیدرضا قاندرامینی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «مُشْتَقِّينَ»: با اشتقاق (نقش حال دارد).

گزینه «۲»: ترجمه صحیح: «هر مسلمانی آرزو می‌کند یک بار آن صحنه را ببیند.»

گزینه «۳»: «أقولُ»: می‌گویم

(ترجمه، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

## ۲۱۷- گزینه «۴»

(آزمین ساعرنپناه)

نقش «مبتسماً» در عبارت صورت سؤال حال است نه مضاف‌الیه!

(محل اعرابی، صفحه ۲۳)

## ۲۱۸- گزینه «۱»

(مهران سعیرنیا)

حال باید منصوب و نکره باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۲»: معرفه است، نمی‌تواند حال باشد.

گزینه «۳»: مرفوع است، نمی‌تواند حال باشد.

گزینه «۴»: چنین ساختاری نمی‌تواند جمله‌حالیه باشد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

## ۲۱۹- گزینه «۳»

(همیدرضا قاندرامینی)

«مسرورین» نقش حال را دارد و حالت اسم قبل از خود (الأسعبون) را هنگام وقوع فعل بیان می‌کند.

ترجمه عبارت: «بازیکنان ایرانی با خوشحالی از مسابقه بازگشتند.»

نکته مهم درسی:

کلمه‌ای را به عنوان حال انتخاب می‌کنیم که در جمله نقش دیگری (مفعول، صفت و ...) نداشته باشد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## ۲۲۰- گزینه «۳»

(آزمین ساعرنپناه)

«مبشّرين» حال برای «النبیین» است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «شابّ» صفت برای «مهندس» است.

گزینه «۲»: «فرحاً» صفت برای «تلمیذاً» است.

گزینه «۴»: در این عبارت نیز حال وجود ندارد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



## دین و زندگی (۳)

## ۲۲۱- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

اختیار که به معنای توانایی بر انجام یک کار و یا ترک آن است، یک حقیقت وجدانی است و هر انسانی آن را در خود می‌یابد و می‌بیند که شبانه‌روز در حال تصمیم‌گرفتن برای انجام یک کار یا ترک آن است.

(درس ۵، صفحه ۵۳)

## ۲۲۲- گزینه ۱»

(میثم هاشمی)

کسی که اختیار را در سخن یا بحث انکار می‌کند، در عمل از آن بهره می‌برد و آن را اثبات می‌کند. مولوی این حقیقت را در بیت گزینه ۱» بیان کرده است، اما سایر گزینه‌ها به شواهد اختیار اشاره دارد.

(درس ۵، صفحه ۵۳)

## ۲۲۳- گزینه ۴»

(میثم هاشمی)

«قدر» به معنای «اندازه» است و «تقدیر» به معنای «اندازه گرفتن». «قضا» نیز به معنای «به انجام رساندن»، «پایان دادن»، «حکم کردن» و «حتمیت بخشیدن» است.

(درس ۵، صفحه ۵۶)

## ۲۲۴- گزینه ۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

وجود اختیار و اراده در انسان ناشی از اراده الهی و خواست خداست. به عبارت دیگر، خداوند اراده کرده است که انسان موجودی مختار و دارای اراده باشد (قضای الهی). سلسله علت‌ها در این حالت در یک ردیف و مستقل نیستند، بلکه نسبت به هم در مرتبه‌های مختلف قرار دارند و علت مرتبه پایین وابسته به علت مرتبه بالایی است، یعنی از نوع وابستگی به عامل بالاتر است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

## ۲۲۵- گزینه ۱»

(مهمربهری مانره‌علی)

این که هر کدام از ما خودمان را مسئول کارهای خود می‌دانیم و به همین جهت آثار و عواقب عمل خود را می‌پذیریم، به «مسئولیت‌پذیری» از شواهد وجود اختیار اشاره دارد.

این که گاهی دچار تردید می‌شویم که از میان چندین راه و چندین کار، کدام یک را انتخاب کنیم، به «تفکر و تصمیم» از جمله شواهد اختیار اشاره دارد.

اینکه هرگاه در کاری موفق می‌شویم، احساس رضایت و خرسندی وجودمان را فرامی‌گیرد، به «احساس رضایت یا پشیمانی» از دیگر شواهد وجود اختیار در انسان مربوط می‌شود.

(درس ۵، صفحه ۵۴)

## ۲۲۶- گزینه ۱»

(میثم هاشمی)

گاه در کاری مرتکب اشتباه می‌شویم و به خود یا دیگری زیان می‌رسانیم. در این هنگام، احساس پشیمانی نشانگر آن است که من توان ترک آن کار را داشته‌ام.

دو بیت زیر به همین مفهوم اشاره دارند:

«گر نبودی اختیار این شرم چیست؟/ این دریغ و خجالت و آزرم چیست؟»

وان پشیمانی که خوردی زان بدی / ز اختیار خویش گشتی مهدی»

(درس ۵، صفحه ۵۴)

## ۲۲۷- گزینه ۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

سخن امیرالمؤمنین علی (ع) بدین معناست که از نوعی قضا و قدر الهی، به نوع دیگری از قضا و قدر الهی پناه می‌بریم. در واقع، فروریختن دیوار سست و کج یک قضای الهی است، اما این قضا متناسب با ویژگی و تقدیر خاص آن دیوار، یعنی کجی آن است، اما اگر دیوار، ویژگی دیگری داشته باشد، مثلاً محکم باشد، قضای دیگری را به دنبال خواهد آورد و انسانی که این دو تقدیر و این دو قضا را بشناسد تصمیم می‌گیرد و دست به انتخاب مناسب‌تر می‌زند. دقت کنیم که در گزینه ۱»، بخش اول گزینه صحیح ولی بخش دوم غلط است.

(درس ۵، صفحه ۵۷)

## ۲۲۸- گزینه ۱»

(مهمربهری مانره‌علی)

آیه شریفه «ذلک بما قدمت ایدیکم و ان الله لیس بظلام للعبید: این [عقوبت]، به خاطر کردار پیشین شماست [و نیز به خاطر آن است که] خداوند هرگز به بندگان ستم نمی‌کند.» به مسئولیت‌پذیری از شواهد وجود اختیار در انسان اشاره دارد، که با بیت «هیچ گویی سنگ را فردا بیا / ورنه نیایی من دهم بد را سزا» ارتباط مفهومی دارد.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

## ۲۲۹- گزینه ۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

امیرالمؤمنین با رفتار و سپس گفتار خود، نگرش صحیح خود از قضا و قدر الهی را نشان داد و به آن شخص و دیگران آموخت که اعتقاد به قضا و قدر، نه تنها مانع تحرک و عمل انسان نیست، بلکه عامل و زمینه‌ساز آن است. در واقع قانونمندی جهان زمینه‌ساز شکوفایی اختیار است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۵ و ۵۷)

## ۲۳۰- گزینه ۱»

(مهمربهری مانره‌علی)

با توجه به آیه «قد جاءکم بصائر من ربکم فمن ابصر فلنفسه و من عمی فاعلیها: به راستی که دلایل روشنی از جانب پروردگارتان به سوی شما آمده است. پس هر کس که بینا گشت، به سود خود اوست و هر کس کوردل گردد، به زیان خود اوست.» تفکر در دلایل روشن الهی و تصمیم‌گیری در مورد بینا یا کوردل ماندن در مورد آن‌ها برداشت می‌شود.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

## زبان انگلیسی ۳

## ۲۳۱- گزینه ۲»

(رحمت‌اله استیری)

ترجمه جمله: «گمان می‌کنم اگر او پاسخ نداده است، می‌توانید دوباره با او تماس بگیرید.»

- (۱) تعجب کردن، از خود پرسیدن  
(۲) فرض کردن، گمان کردن  
(۳) محافظت کردن  
(۴) خلق کردن

(واژگان)

## ۲۳۲- گزینه ۱»

(رحمت‌اله استیری)

ترجمه جمله: «این کتاب درسی برای دانش‌آموزان سطح متوسط که اصول اولیه را می‌دانند، عالی است.»

- (۱) متوسط  
(۲) امیدوار، امیدوارکننده  
(۳) مناسب  
(۴) گران

(واژگان)

## ۲۳۳- گزینه ۴»

(بیبا قربان‌پور)

ترجمه جمله: «قبل از نوشتن گزارش نهایی‌ام باید تمام داده‌های تحقیق را گردآوری کنم.»

- (۱) حمل کردن، به همراه داشتن  
(۲) نصب کردن  
(۳) متفر بودن  
(۴) گردآوری کردن

(واژگان)

## ۲۳۴- گزینه ۱»

(رحمت‌اله استیری)

ترجمه جمله: «می‌توانید یک رستوران خوب که غذای گیاهی نزدیک اینجا سرو می‌کند، معرفی کنید؟»

- (۱) توصیه کردن، معرفی کردن  
(۲) در نظر گرفتن  
(۳) تجربه کردن  
(۴) ترجمه کردن

(واژگان)

## ۲۳۵- گزینه ۳»

(رحمت‌اله استیری)

ترجمه جمله: «ما امیدواریم که یک راه‌حل مسالمت‌آمیز برای اختلاف نظر بین هر دو طرف وجود داشته باشد.»

- (۱) خارجی  
(۲) پیشرفته  
(۳) مسالمت‌آمیز  
(۴) دوزبانه

(واژگان)

## ۲۳۶- گزینه ۲»

(رحمت‌اله استیری)

ترجمه جمله: «او مسئولیت کامل اشتباه را بر عهده گرفت و از کل گروه عذرخواهی کرد.»

- (۱) میراث  
(۲) مسئولیت  
(۳) دستورالعمل، راهنما  
(۴) موقعیت

(واژگان)

## ترجمه متن درک مطلب:

مؤسسه خیریه سازمانی است که به منظور منفعت‌رسانی به عموم مردم فعالیت می‌کند. آن‌ها را می‌توان به دو شکل اصلی طبقه‌بندی کرد: مؤسسات خیریه عمومی و بنیادهای خصوصی. قطعاً قبلاً نام بنیادها و خیریه‌ها را شنیده‌اید و شباهت‌های زیادی با یکدیگر دارند. نکته اصلی تفاوت آن‌ها در نحوه جمع‌آوری وجوه برای اهدافشان نهفته است. همچنین در نحوه عملکرد این دو، تفاوت وجود دارد. بنیادهای خصوصی تمایل دارند به افرادی که برخی از استانداردهای تعیین‌شده توسط بنیاد را رعایت می‌کنند کمک‌های مالی اعطا کنند. از سوی دیگر، مؤسسات خیریه تمایل بیشتری به اقداماتی مانند تهیه غذاهای پخته یا سرگرمی برای افراد مسن دارند. با این حال، تفاوت اصلی بین آن‌ها در نحوه جمع‌آوری وجوه نهفته است.

بنیادهای خصوصی اغلب وجوه خود را از یک منبع کلیدی جمع‌آوری می‌کنند، برای مثال، یک خیر ثروتمند. این منبع درآمد ممکن است یک خانواده ثروتمند باشد که به هدف اعتقاد دارد یا شرکتی که می‌خواهد چیزی را اهدا کند. به این ترتیب، وجوه یک بنیاد خصوصی کنترل می‌شود، زیرا به منبع اصلی درآمد وابسته است.

مؤسسات خیریه عمومی به یک منبع درآمد متکی نیستند. در عوض، آن‌ها به کمک‌های مردمی یا کمک‌های مالی دولتی وابسته هستند. شاید متوجه شده باشید که چگونه برخی از بیمارستان‌ها و کلیساها به عنوان خیریه ثبت می‌شوند. این سازمان‌ها به درآمد از منابع متعددی متکی هستند، که به آن‌ها موقعیت خود را به‌عنوان یک مؤسسه خیریه «عمومی» می‌دهد. در نتیجه، یکی از ویژگی‌های متمایز مؤسسات خیریه عمومی وابستگی آن‌ها به کمک‌های مکرر مردم است.

## ۲۳۷- گزینه ۳»

(سعید کویانی)

ترجمه جمله: «هدف اصلی این متن چیست؟»

«مقایسه مؤسسات خیریه عمومی با بنیادهای خصوصی»

(درک مطلب)

## ۲۳۸- گزینه ۲»

(سعید کویانی)

ترجمه جمله: «کلمه "benefactor" در پاراگراف «۲» نزدیک‌ترین معنا را به ... دارد.»

«donor» (هدا کننده)

(درک مطلب)

## ۲۳۹- گزینه ۴»

(سعید کویانی)

ترجمه جمله: «متن اظهار دارد که یک مؤسسه خیریه عمومی ... بستگی دارد.»

«به کمک‌های مردمی یا دولتی»

(درک مطلب)

## ۲۴۰- گزینه ۱»

(سعید کویانی)

ترجمه جمله: «کدام یک از جملات زیر در مورد مؤسسات خیریه درست نیست؟»

«بنیادهای خصوصی و مؤسسات خیریه عمومی هیچ شباهتی ندارند.»

(درک مطلب)



## ۲۴۱- گزینه «۳»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «یافته‌های زیادی توسط تیم تحقیقاتی برای رویداد سالانه پیش‌رو منتشر شده است.»

**نکته مهم درسی:**

اسم "findings" به صورت جمع است، بنابراین باید از فعل مطابق با آن استفاده کرد (رد گزینه «۲»). با توجه به رابطه مفعول با جای خالی، به ساختار مجهول نیاز داریم (رد گزینه‌های «۱» و «۴»).

(گراهر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۲۹ کتاب درسی)

## ۲۴۲- گزینه «۴»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «به سرباز زخمی دستور داده شد که به خانه برگردد، مگر نه؟»

**نکته مهم درسی:**

هرگاه جمله مثبت باشد، جمله ضمیمه منفی می‌شود (رد گزینه‌های «۲» و «۳»). توجه به فعل جمله که مجهول می‌باشد، در سؤال ضمیمه باید فعل کمکی مورد استفاده در فعل مجهول به کار گرفته شود (رد گزینه «۱»).

(گراهر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۳۱ کتاب درسی)

## ۲۴۳- گزینه «۳»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «دانش‌آموزان می‌توانند انشاهایشان را همین الان تحویل دهند یا فردا از طریق ایمیل ارسال کنند.»

**نکته مهم درسی:**

با توجه به مفهوم جمله تنها از "or" در جای خالی می‌توان استفاده کرد (رد سایر گزینه‌ها).

(رایتینگ، برگرفته از سؤال ۱۶ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹ کتاب درسی)

## ۲۴۴- گزینه «۳»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «گری پس از سال‌ها زندگی در خارج از کشور، وقتی به وطنش بازگشت متوجه شد که حس تعلق خاطرش را از دست داده است.»

(۱) لمس

(۲) موفقیت

(۳) تعلق

(۴) فرهنگ

**نکته مهم درسی:**

به ترکیب واژگانی "sense of belonging" به معنای «حس تعلق» توجه کنید.

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۴۱ کتاب درسی)

## ۲۴۵- گزینه «۱»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «تیم راه‌های زیادی برای رسیدگی به این مسئله داشت، اما آن‌ها وقت‌گیرترین راه را ترجیح دادند.»

(۱) ترجیح دادن

(۲) گردآوری کردن، جمع شدن

(۳) دعوت کردن

(۴) تولید کردن

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۳۳ کتاب درسی)

## ۲۴۶- گزینه «۴»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «از این‌که فهمیدم اصول رابرت تنها در مدت زمان کوتاهی چقدر متفاوت شده بود، شگفت‌زده شدم.»

(۱) شعر

(۲) مترادف

(۳) هویت

(۴) اصل، قاعده

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۴۱ کتاب درسی)

**ترجمه متن درک مطلب:**

تغییرات اقتصادی و اجتماعی در چند دهه گذشته، خانواده اروپایی را تغییر داده است. چیزی که زمانی عادی بود - دو والد، پدر شاغل، مادر خانه دار، وضعیت مالی ثابت - اکنون استثنایی است. امروزه نیمی از ازدواج‌ها به شکست ختم می‌شود و حدود نیمی از همه فرزندان چندین سال را در یک خانواده تک‌والدی سپری می‌کنند. برخی از مادران دیگر هرگز ازدواج نمی‌کنند، برخی از والدین در اثر مرگ، زن یا شوهر خود را از دست می‌دهند و برخی از زنان و مردان مجرد بچه‌هایی را به فرزندی قبول می‌کنند؛ یعنی تصمیم می‌گیرند بچه‌های دیگران را بزرگ کنند.

تعداد مادران مجرد بیشتر از پدران مجرد است. یک خانواده تک‌والدی در معرض خطر بیشتری برای پیامدهای منفی مانند کاهش درآمد، فقر و مشکلات رفتاری است. اکثر تک‌والدها انجام تمام وظایف مالی خود را دشوار می‌دانند. کاهش درآمد ممکن است آن‌ها را مجبور کند که خانواده را به خانه‌ای ارزان‌تر در محله‌ای دیگر منتقل کنند، بچه‌ها را از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر منتقل کنند و پول کمتری برای خرید کالا خرج کنند.

در حالی که فشارها بر خانواده تک‌والدی بسیار زیاد است، مشکلات همیشه پیش نمی‌آید. اگر یک مادر تک‌والد بتواند وظایف مختلف مراقبت از فرزندانش و خودش را مدیریت کند، خانواده او نه تنها دوام خواهند آورد، بلکه پیشرفت زیادی نیز خواهند داشت.

## ۲۴۷- گزینه «۴»

(عقیل ممدری، روش)

ترجمه جمله: «ابده اصلی پاراگراف اول چیست؟»

«تغییر در ساختار خانواده اروپایی»

(درک مطلب)

## ۲۴۸- گزینه «۴»

(عقیل ممدری، روش)

ترجمه جمله: «طبق متن، در گذشته یک خانواده معمولی اروپایی ...»

«دو والد داشت»

(درک مطلب)

## ۲۴۹- گزینه «۳»

(عقیل ممدری، روش)

ترجمه جمله: «کلمه "them" که در پاراگراف «۲» زیر آن خط کشیده شده است به "single parents" (تک‌والدها) اشاره دارد.»

(درک مطلب)

## ۲۵۰- گزینه «۲»

(عقیل ممدری، روش)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، یک تک‌والد ممکن است فرزندش را از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر منتقل کند وقتی که ...»

«آن‌ها مشکلات مالی دارند»

(درک مطلب)

# دفترچه پاسخ

**آزمون هوش و استعداد  
(دوره دوم)  
۳۰ آبان**

**تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه**

**گروه تولید**

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
آرین غلامی	ویراستار
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، امیرعلی حسینی‌زاده، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
ستایش یاوری	ویراستار مستندسازی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۴»

(مادر کریمی)

شکل درست عبارت:

لذا تصریح هدف یادگیری، چه برای یاددهنده و چه برای یادگیرنده، از اولین گام‌هایی است که باید لحاظ شود، زیرا سبک یادگیری متأثر است از این تقریب ذهنی.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۱»

(مادر کریمی)

ادامه‌ی متن باید در ردّ آموزشی باشد که تنها به انتقال محدود اطلاعات بسنده می‌کند. چنین عبارتی در گزینه‌ی «۱» هست.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۲»

(مادر کریمی)

قسمت نخست متن از تأثیرگذاری محیط در آموزش می‌گوید و قسمت دوم متن از نمونه کارهای مفید و مهم آموزشی که در محیط رخ می‌دهد.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۳»

(میرزا صفحانی)

متن باید با عبارتی ادامه پیدا کند که با جمله «محققان احتمال می‌دهند این اثر ناشی از ارسال پیام نادرست از سوی روده باشد» نوعی تضاد دارد. این تضاد تنها در گزینه‌ی «۳» هست.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۲»

(مادر کریمی)

شکل درست ابیات:

- د) داد معشوقه به عاشق پیغام / که کند مادر تو با من جنگ
- ج) هر کجا بیندم از دور کند / چهره پرچین و جبین پر آژنگ
- ب) گر تو خواهی به وصالم برسی / باید این ساعت، بی‌خوف و درنگ
- ه) روی و سینه تنگش بدری / دل برون آری از آن سینه تنگ
- و) رفت و مادر را افکند به خاک / سینه بدرد و دل آورد به چنگ
- ط) از قضا خورد دم در به زمین / و اندکی سوده شد او را آرتنگ
- الف) وان دل گرم که جان داشت هنوز / اوفتاد از کف آن بی‌فرهنگ
- ج) دید کز آن دل آغشته به خون / آید آهسته برون این آهنگ
- ز) آه دست پسرم یافت خراش / آخ پای پسرم خورد به سنگ

(ترتیب بملات، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۴»

(مادر کریمی)

کلمات هم‌معنی گزینه‌ها به‌جز گزینه‌ی «۴» از بن ماضی و بن مضارع یک مصدر ساخته شده است، در حالی که در گزینه‌ی «۴» هر دو کلمه از بن مضارع است:

شنوا: شنو + ا / شنیداری: شنید + ار + ی

بینایی: بین + ا (ی) + ی / دیدار: دید + ار

رونده: رو + نده / رفتار: رفت + ار

پرستنده: پرست + نده / پرستار: پرست + ار

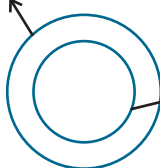
(سافتمان واژه‌ها، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۲»

(کتاب منظومه‌ی هوش)

یوزپلنگ‌ها همه پستاندارند. بنابراین، هیچ غیرپستانداری نیست که غیریوزپلنگ نباشد. همچنین دیگر انواع پستانداران، غیریوزپلنگ هستند ولی غیرپستاندار نیستند.

غیریوزپلنگ



(انساب اربعه، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(امیرمسین افجه)

سن علی را  $A$  و سن دخترش را  $D$  می‌نامیم، داریم:

$$\begin{cases} A = 3D \\ A + 15 = 2(D + 15) \Rightarrow A = 2D + 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3D = 2D + 15 \Rightarrow D = 15, A = 45$$

الف)  $D + 40 = 55$  ب)  $A + 15 = 60 \Leftarrow$  الف  $>$  ب

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۱»

(امیرمسین افجه)

سن رضا را  $R$  و سن برادر را  $B$  می‌گیریم، داریم:

$$\begin{cases} R = 47 - B \\ (R - 4) = 2(B - 4) \Rightarrow R = 2B - 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 47 - B = 2B - 4 \Rightarrow 3B = 51 \Rightarrow B = 17, R = 30$$

الف)  $4 \times B = 68$  ب)  $R + 22 = 52 \Leftarrow$  الف  $<$  ب

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۲»

(امیرمسین افیه)

اگر از پانزدهم فروردین در زمین ۲۱۷ روز بگذرد، به روز شانزدهم آبان می‌رسیم:

$$\begin{array}{c} \text{اردیبهشت تاشهریور} \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ \text{آبان} \\ \uparrow \qquad \qquad \downarrow \\ 16 + 30 + (5 \times 31) + 16 = 217 \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ \text{مهر} \qquad \qquad \text{فروردین} \end{array}$$

دویست و هفده روز بعد از پانزدهم فروردین در سیاره «خ»، یعنی ده ماه و هفده روز بعد:

$$217 = 10 \times 20 + 17$$

دقت کنید ماه‌ها بیست روزه است، پس ده ماه و هفده روز بعد از پانزده روز، یعنی هفده روز بعد از پانزدهم بهمن، معادل دوازدهم اسفند است.

همچنین ۲۱۷ روزه، در مقیاس پنج روز یک‌بار، یعنی در هفته دو روز جلوتر از سه‌شنبه خواهیم بود، یعنی شنبه:

$$217 = (43 \times 5) + 2$$

- شنبه و یکشنبه و دوشنبه و سه‌شنبه و چهارشنبه و شنبه و یکشنبه ...

(تقویم، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۲»

(ممید اصفهانی)

۵ ساعت قبل از ساعت ۱۱ فردا، ساعت ۶ صبح فردا است:

$$11 - 5 = 6$$

زمان را به عقب برمی‌گردیم:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ صبح امروز} \xrightarrow{24 \text{ ساعت}} 6 \text{ صبح فردا} \\ 5 \text{ عصر دیروز} \xrightarrow{7 \text{ ساعت}} 00:00 \text{ امروز} \xrightarrow{6 \text{ ساعت}} \end{array}$$

$$24 + 6 + 7 = 37$$

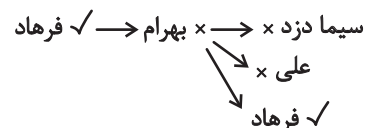
پس فاصله مدتظر، یک شبانه‌روز و  $6 + 7 = 13$  ساعت است که سیزده ساعت بیشتر از یک شبانه‌روز یا  $24 - 13 = 11$  ساعت کم‌تر از دو شبانه‌روز است.

(تقویم، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۳»

(امیرمسین افیه)

اگر از فرهاد شروع کنیم و او را راستگو فرض کنیم، بهرام دروغگو است، پس سیما دزد می‌شود و سخن او غلط؛ همچنین سخن علی هم دروغ می‌شود و دیانا راستگو:



و این تنها حالت ممکن است.

(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۳»

(امیرعلی مسینی زاده)

بدترین حالت این است که آن که گل در دستان اوست، آخرین شخصی باشد که رضا از او سؤال می‌کند. مثلاً «محمد» در جدول زیر، در پاسخ به سؤال رضا:

محمد	علی	حسن
۳- خیر	۲- خیر	۱- خیر
۶- خیر	۵- خیر	۴- خیر
۹- معلوم است که پاسخ «محمد» «بله» است، پس همان هشت پرسش کافی است.	۸- خیر	۷- خیر

(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۴»

(امیرمسین افیه)

برای نقض استدلال صورت سؤال، باید عددی بیابیم که مجموع رقم‌های یکان و دهگان و صدگان آن بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، ولی خود عدد بر ۱۱ بخش‌پذیر نباشد. ۳۱۶۴ چنین است.

(یکان و بخش‌پذیری، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۳»

(ممید کنهی)

یکان‌ها مهم است:

$$1717 + 1919 + 2121 \Rightarrow 717 + 919 + 121$$

هفت به توان هفده، یکان هفت دارد، چرا که هر چهار بار یکان برمی‌گردد:

$$7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, 7, \dots$$

نه به توان نوزده، یکان نه دارد، چرا که هر دو بار یکان برمی‌گردد:

$$9, 1, 9, 1, \dots$$

یک به توان هر عددی، یکان یک دارد.

$$7 + 9 + 1 = 17 \Rightarrow 7$$

پس داریم:

(یکان، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۲»



(فاطمه راسخ)

سؤال نوعی جابه‌جایی است از دو مربع، یک دایره و یک مثلث. در هر مرحله از این الگو، داخلی‌ترین شکل به خارجی‌ترین شکل تبدیل می‌شود، پس در مرحله چهارم باید دایره که در مرحله قبل داخلی‌ترین شکل بود به خارجی‌ترین شکل تبدیل شود. دقت کنید اندازه شکل‌ها متناسب با جایگاه آن‌ها تغییر می‌کند.

(الگوی قطعی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۴»

(غریزات شیرممدلی)

بین شکل‌های  و  در هر ستون، از الگوی صورت سؤال نوعی جابه‌جایی درون و بیرون وجود دارد. در هر ستون، هر یکی از شکل‌ها، یکی از سه طرح «بی‌رنگ»، «خال‌خال» و «کاملاً رنگی» را دارا است و این ثابت است.

(ماتریس، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۳»

(فاطمه, اسخ)

از تکرارها متوجه می شویم شکل هایی که تقارن محوری دارند کد «الف» و شکل های بدون این تقارن کد «ب» دارند. همچنین شکل هایی که با سه پاره خط ساخته می شوند کد «ج» و شکل هایی که با چهار پاره خط ساخته می شوند کد «د» می خورند. شکل نهایی بدون تقارن و با سه خط ساخته شده است.

(ککرگذاری، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۱»

(غریزاد شیرممدری)






دو دایره برای هر چشم، دو دایره برای هر دست، سه دایره برای هر پا و یک دایره برای بدن داریم:

$$(2+2+3) \times 2 + 1 = 14 + 1 = 15$$

(شمارش، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۲»

(ممیر کنی)

در شکل گزینه ۱»، شکل  وجود دارد که با هیچ دورانی به شکل  در نمی آید. شکل  در گزینه ۳» نیست. شکل  گزینه ۴» نیز معادل شکل  رسم شده است که این دو نیز با دوران به هم تبدیل نمی شوند.

(ینزیایی، هوش غیرکلامی)